

Annexe 2 – Programme de mathématiques pour le cycle 4

Sommaire

Principes

Nombres et calculs

Cinquième

- Opérations
- Nombres relatifs
- Nombres rationnels
- Puissances
- Calcul littéral et algébrique

Quatrième

- Opérations sur les nombres relatifs
- Nombres rationnels
- Puissances
- Racine carrée
- Calcul littéral et algébrique

Troisième

- Nombres rationnels
- Puissances
- Racine carrée
- Multiples et diviseurs
- Calcul littéral et algébrique

Espace et géométrie

Cinquième

- Repérage sur une droite et dans le plan
- Représentation de l'espace
- Transformations
- Angles
- Triangles
- Parallélogrammes

Quatrième

- Transformations
- Repérage sur une droite et dans le plan
- Représentation de l'espace
- Parallélogrammes et translations
- Triangles

Troisième

- Repérage sur une droite et dans le plan
- Représentation de l'espace
- Triangles
- Translations et vecteurs

Organisation et gestion de données et probabilités

- Statistiques
- Probabilités

Cinquième

- Statistiques
- Probabilités

Quatrième

- Statistiques
- Probabilités

Troisième

- Statistiques
- Probabilités

Proportionnalité, fonctions

Cinquième

- Proportionnalité
- Fonctions

Quatrième

- Proportionnalité
- Fonctions

Troisième

- Proportionnalité
- Fonctions

La pensée informatique

Cinquième

Quatrième

Troisième

Principes

Objectifs majeurs

Le programme de mathématiques du cycle 4 poursuit plusieurs objectifs essentiels, visant à répondre aux besoins des élèves et aux enjeux contemporains de l'éducation :

- donner le goût des mathématiques, en favorisant le plaisir de chercher, de comprendre, de progresser, et en encourageant une approche positive de la discipline ;
- consolider les apprentissages mathématiques, en approfondissant les connaissances et les compétences mathématiques développées au cycle 3 ;
- assurer l'acquisition de savoirs et de savoir-faire, importants pour la compréhension du monde et de la vie quotidienne, et indispensables à la réussite dans les poursuites d'études ;
- renforcer les compétences d'analyse, de raisonnement, de logique et d'argumentation, qui forment le fondement de toute formation scientifique et contribuent au développement de l'esprit critique, indispensable à une citoyenneté éclairée ;
- favoriser le développement de compétences permettant à chaque élève de gagner en autonomie intellectuelle ;
- lutter contre les déterminismes sociaux et les inégalités de genre, qui constituent des freins majeurs à la réussite scolaire ;
- préparer les élèves à la poursuite réussie de leurs études au lycée.

Une démarche éducative élargie

Au-delà des apprentissages disciplinaires, l'enseignement des mathématiques au cycle 4 s'inscrit dans une démarche éducative plus globale. Il donne aux élèves des outils pour appréhender, comprendre et analyser les grands défis du XXI^e siècle, y compris numériques et environnementaux tels que le changement climatique, la perte de la biodiversité ou encore l'épuisement des ressources naturelles.

Les professeurs sont invités à s'appuyer sur les questionnements des élèves pour concevoir des activités adossées aux contenus du programme en phase avec leurs préoccupations, tout en les sensibilisant aux enjeux et en leur apportant des repères et des perspectives.

L'organisation du travail des élèves

Pour permettre à chaque élève de progresser et de construire des compétences solides en mathématiques, il est fondamental de mettre en œuvre des activités pédagogiques diversifiées, en cohérence avec les axes du programme pour répondre à plusieurs enjeux :

- varier les contextes d'apprentissage : les situations proposées s'ancrent dans des contextes concrets (vie quotidienne, enjeux citoyens, environnement, numérique, etc.), interdisciplinaires (sciences, technologie, géographie, etc.), ou internes aux mathématiques. Cette diversité permet de donner du sens aux apprentissages, de favoriser les liens entre les savoirs et d'éveiller la curiosité des élèves ;
- diversifier les types de tâches : activités de réactivation, de première rencontre et d'entraînement, pour ancrer les automatismes et mobiliser les acquis antérieurs ; exercices d'application, pour consolider les connaissances et les méthodes ; évaluations formatives, intégrées à l'apprentissage, pour réguler les progrès de chacun ; problèmes encourageant l'exploration, la recherche, la prise d'initiative et l'argumentation ; activités de débat ou de comparaison de démarches, favorisant l'expression orale, la collaboration et la métacognition ;
- adapter les modalités de travail : les élèves sont amenés à travailler dans des configurations variées (individuelle, en binôme, en groupe), à l'oral comme à l'écrit. Cette diversité permet de développer à la fois l'autonomie, la coopération et les compétences langagières, tout en favorisant l'inclusion de tous les élèves.

Le temps de classe est un moment privilégié pour organiser ces apprentissages. En complément, des travaux en autonomie, à réaliser en dehors de la classe, sont proposés pour approfondir, réviser ou remédier. Ces travaux doivent avoir des objectifs explicites, être adaptés au niveau des élèves, et prendre en compte la diversité de leurs besoins. Ils peuvent s'inscrire dans une logique de différenciation pédagogique, mais ne s'y limitent pas.

L'ensemble de ces modalités vise à favoriser la réussite et l'engagement des élèves dans leur apprentissage, leur plaisir à faire des mathématiques et à les rendre progressivement plus autonomes face aux apprentissages mathématiques.

La résolution de problèmes

Au cycle 4, la résolution de problèmes constitue un levier essentiel de l'apprentissage des mathématiques. Elle irrigue l'ensemble des domaines du programme et permet de relier les savoirs entre eux. Elle contribue à donner du sens aux notions étudiées.

La résolution de problèmes mobilise l'ensemble des compétences mathématiques :

- chercher : extraire des informations utiles ; s'engager dans une démarche ; formuler des hypothèses ; explorer différentes pistes ;
- modéliser : traduire une situation en langage mathématique ; choisir des outils adaptés ; valider ou invalider un modèle ;
- représenter : utiliser des schémas, des tableaux, des graphiques ou des expressions algébriques ; passer d'un mode de représentation à un autre ;
- calculer : effectuer des calculs exacts ou approchés, numériques et littéraux à la main ou avec un outil numérique ; contrôler des résultats ;

- raisonner : justifier des choix ; démontrer par l'enchaînement logique d'arguments et de propriétés, analyser et apprendre de ses erreurs ; mettre à l'essai plusieurs solutions ;
- communiquer : expliquer une démarche à l'écrit ou à l'oral ; confronter ses idées à celles des autres et les argumenter ; porter un regard critique.

La résolution de problèmes repose également sur la persévérance, la prise d'initiative, l'autonomie, et le travail coopératif, et est menée, dans des cadres variés (en autonomie, en groupe et dans des contextes de débat, etc.). Elle constitue également un outil central pour l'évaluation, car elle permet d'apprécier la capacité des élèves à mobiliser leurs connaissances dans des situations nouvelles, à articuler différentes notions et à raisonner avec rigueur. À ce titre, elle est un indicateur clé de la maîtrise des savoirs, savoir-faire attendus et compétences visées en fin de cycle.

La place du raisonnement

Tout au long du cycle 4, les professeurs veillent à mettre en évidence la différence de statut entre définition, propriété et propriété caractéristique. Ils précisent également si les propriétés énoncées sont admises ou démontrées. Cette distinction permet aux élèves de comprendre que les mathématiques relèvent d'un raisonnement rigoureux fondé sur des preuves. Il est essentiel que les élèves différencient ainsi l'énoncé d'une opinion, d'une impression, d'une conjecture ou d'un énoncé prouvé.

Pour ce faire une attention particulière est donc portée à la preuve et à la démonstration. Les élèves sont initiés à différents types de raisonnements (déductif, par l'absurde, par contre-exemple, etc.). Le vocabulaire (théorème, réciproque et contraposée) est explicité. L'élève apprend que si une propriété est vraie alors sa contraposée l'est aussi, sans pour autant que sa réciproque soit vraie.

Les élèves mettent en pratique ces raisonnements pour construire des preuves. Dans un premier temps, l'accent est mis sur la compréhension du raisonnement et la capacité à enchaîner logiquement les étapes, sans exigence formelle de rédaction. La structuration écrite de la démonstration est introduite dans un second temps, de manière progressive, avec des attendus formels adaptés au niveau des élèves.

La mémorisation et l'automatisation

Pour être capable de résoudre des problèmes de complexité croissante, l'élève doit pouvoir s'appuyer sur un ensemble d'automatismes, c'est-à-dire un répertoire stable et mobilisable de connaissances, de procédures et de stratégies. Ces éléments doivent être suffisamment maîtrisés pour être activés sans surcharge cognitive. En libérant la mémoire de travail, ils permettent aux élèves de se concentrer sur des tâches complexes : prise d'initiatives, raisonnement, créativité, modélisation, etc.

Le développement de ces automatismes ne se limite pas à un simple entraînement mécanique : il s'inscrit dans une progression pensée par les professeurs, qui veillent à donner du sens aux procédures, à identifier les invariants et à proposer des situations de réinvestissement régulier. Ces automatismes s'ancrent dans tous les domaines du programme. Ils reposent sur des connaissances et des techniques étudiées lors des années précédentes et de l'année en cours.

Des actions de remédiation sont proposées quand des élèves rencontrent des difficultés à acquérir ou stabiliser des automatismes.

L'apprentissage et la consolidation des automatismes jouent un rôle important dans la réussite scolaire. Ils peuvent permettre des progrès visibles et rapides qui contribuent, à encourager l'engagement des élèves dans les apprentissages et à les inscrire dans une dynamique positive.

À chaque niveau du cycle 4, les automatismes à maîtriser s'appuient sur des contenus qui ont été étudiés sans être automatisés au niveau précédent.

Un usage raisonné de la calculatrice

L'usage de la calculatrice au cycle 4 s'inscrit dans une démarche pédagogique spécifique, exploratoire ou d'appui ponctuel, en cohérence avec les objectifs d'apprentissage. Les professeurs en fixent le cadre d'usage.

Il ne s'agit pas d'un simple recours technique, mais d'un outil au service de la formation mathématique, dont l'utilisation doit être pensée en fonction des compétences visées et du niveau de maîtrise des élèves.

Son emploi peut se justifier dans plusieurs situations :

- pour concentrer l'attention des élèves sur le sens et les démarches de résolution, en leur évitant une surcharge cognitive liée à des calculs longs ou hors programme. Elle permet ainsi de recentrer le travail sur la modélisation, le raisonnement et la validation des résultats ;
- pour mettre en œuvre une différenciation pédagogique permettant à certains élèves, temporairement ou durablement, de contourner des difficultés de calcul afin de ne pas les pénaliser dans la résolution de tâches complexes. Elle devient alors un levier d'inclusion et de réussite ;
- pour initier les élèves à un usage raisonné des outils numériques. Cela implique d'apprendre à choisir la méthode la plus adaptée, à interpréter correctement les résultats fournis par la machine et à en comprendre les limites.

Cependant, l'usage de la calculatrice ne doit jamais se substituer à l'acquisition de compétences techniques fondamentales. Le calcul mental, le calcul réfléchi et le calcul posé restent des objectifs majeurs du cycle 4. Ils doivent faire l'objet d'un entraînement régulier dans des contextes variés (résolution de problèmes, jeux, défis numériques, automatismes quotidiens).

La maîtrise de ces compétences constitue de premières conditions favorables aux progrès de l'autonomie intellectuelle de l'élève en mathématiques. Elle est également indispensable à la vérification de la cohérence des résultats à travers la maîtrise des ordres de grandeurs et à la transition vers les exigences de la poursuite d'études et de la vie citoyenne.

Un usage raisonné de la calculatrice, pensé comme complémentaire aux savoir-faire mathématiques, prépare ainsi les élèves à devenir des utilisateurs éclairés et critiques des outils numériques, capables de faire des choix réfléchis dans leur démarche de résolution.

La place et le rôle de l'oral

La verbalisation occupe une place essentielle dans l'enseignement des mathématiques au cycle 4. Bien au-delà de sa dimension langagière, elle constitue un outil pédagogique puissant pour structurer la pensée, permettre d'accéder à l'abstraction, clarifier les raisonnements et renforcer la compréhension des concepts.

Verbaliser, c'est mettre en mots une idée, une procédure ou une stratégie, ce qui favorise à la fois la mémorisation et la prise de recul et permet à l'élève de formuler ses représentations mentales, de les confronter à celles des autres et de les ajuster. Au même titre que la représentation graphique ou symbolique, l'oral contribue à l'entrée progressive dans le langage formel des mathématiques.

L'oral est aussi un levier indispensable pour développer l'autonomie, la rigueur et l'esprit critique. Présenter une démarche, justifier une réponse ou expliquer un raisonnement permet à l'élève d'organiser sa pensée de manière logique, de clarifier ses idées pour les rendre compréhensibles à autrui et de s'entraîner à produire un discours structuré, précis et argumenté.

Les séances de mathématiques offrent de nombreuses situations propices à cet apprentissage où l'élève n'est pas seulement un exécutant, mais devient un acteur de ses apprentissages, capable de présenter, défendre, nuancer ou modifier son point de vue. Par exemple, plutôt que de recopier au tableau une solution, l'élève est invité à la décrire, à la commenter, voire à l'interroger, avec l'appui de schémas ou d'annotations. Cette pratique valorise la diversité des approches et nourrit une culture du raisonnement partagé.

La confrontation de démarches différentes pour résoudre un même problème est particulièrement féconde : elle invite les élèves à argumenter, critiquer de manière constructive, justifier des choix, et ainsi développer une pensée mathématique plus souple et plus approfondie. Ces échanges oraux participent activement à la formation de l'esprit critique, objectif majeur de l'École. Cette attention portée à l'oral contribue également au développement global des compétences.

Les écrits en mathématiques

Au cycle 4, les écrits jouent un rôle fondamental dans le processus d'apprentissage des mathématiques. Ils ne se limitent pas à une restitution formelle mais contribuent à envisager des pistes de traitement de résolution, à structurer la pensée, à favoriser la mémorisation, à développer le raisonnement et à soutenir l'autonomie des élèves. Différents types d'écrits sont ainsi mobilisés, chacun avec une fonction spécifique et complémentaire :

- les écrits intermédiaires : lors des phases de recherche, les élèves sont invités à produire des traces écrites qui peuvent prendre des formes variées : schémas, essais de calcul, prises de notes, conjectures, organisation de données, croquis, etc. Ces écrits ont pour l'élève un intérêt personnel : ils l'aident à entrer dans l'énoncé, à tester des hypothèses, à soulager la mémoire de travail et à structurer progressivement une démarche. Bien qu'ils ne soient pas formellement évalués, ils représentent une source précieuse d'informations pour les professeurs. En les consultant, ceux-ci peuvent mieux comprendre les raisonnements en cours, repérer des obstacles ou des erreurs fréquentes et proposer des ajustements pédagogiques ciblés. Ces écrits sont également formatifs : ils retracent le cheminement de la pensée, y compris les essais infructueux, et renforcent les apprentissages par une posture d'engagement ;
- les écrits d'entraînement et de résolution : les activités classiques d'exercices et de problèmes donnent lieu à des écrits structurés, qui constituent la trace des apprentissages engagés en classe. Ces écrits permettent de stabiliser les acquis par la répétition et l'automatisation, de mettre en pratique des méthodes ou des raisonnements étudiés en cours, de garder en mémoire les essais et les erreurs, dans une logique d'apprentissage par tâtonnement. Les professeurs encouragent les élèves à conserver les traces de leur démarche, même si elles ne sont pas abouties. Loin d'être des « brouillons à effacer », ces productions constituent une matière riche pour progresser et pour développer une culture de l'erreur constructive ;
- les écrits de référence : les notions institutionnalisées à l'issue des activités sont consignées sous forme de traces écrites de référence : définitions, propriétés, vocabulaire, procédures, modèles d'exercices résolus, etc. Ces écrits structurent le capital mathématique de l'élève. Ils doivent être soignés et organisés, pour être facilement consultables, mis à jour régulièrement, au fil des apprentissages et mobilisés activement, notamment lors de phases de révision ou de résolution autonome.

L'évaluation des progrès et des acquis des élèves

Au cycle 4, l'évaluation constitue un levier essentiel pour accompagner les apprentissages et favoriser la réussite de tous les élèves. Elle ne se limite pas à mesurer des performances, mais vise avant tout à faire progresser, à guider les choix pédagogiques et à construire chez l'élève une meilleure compréhension de ses propres acquis.

L'évaluation reste au service des apprentissages et revêt différentes modalités, mais conserve toujours une visée formative : elle doit permettre de repérer les acquis des élèves en lien avec les six compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer).

Pour que l'évaluation soit véritablement utile et juste, l'élève doit connaître les objectifs visés et les critères de réussite. Ces critères s'appuient sur les compétences travaillées en classe, en lien avec les objectifs du programme. Leur explicitation favorise une posture active de l'élève, qui comprend ce qu'il apprend, pourquoi il l'apprend, et comment il peut s'améliorer. Dans cette logique, des outils comme les grilles de réussite ou les barèmes commentés peuvent soutenir l'appropriation des attendus.

Le retour sur l'évaluation est un moment clé du processus d'apprentissage. Il ne se limite pas à une correction collective, mais vise à valoriser les démarches pertinentes qui, si elles ne mènent pas immédiatement à la bonne réponse, mettent en lumière les erreurs fréquentes. L'objectif est d'aider les élèves à comprendre leurs erreurs et à y remédier et à leur proposer des pistes personnalisées (révisions ciblées, exercices de consolidation, soutien différencié). Ce retour permet aussi au professeur de réguler sa progression, de revoir certains points du programme ou de proposer d'autres approches pédagogiques.

L'évaluation, partagée avec les élèves et les familles, permet aux élèves de constater leurs progrès et participe ainsi pleinement au développement de l'autonomie, de la confiance et de l'engagement des élèves dans leurs apprentissages.

Les compétences psychosociales

L'enseignement des mathématiques au cycle 4 contribue au développement de compétences diverses.

La mémorisation de faits numériques ou de formules, l'automatisation de procédures renforcent des aptitudes transférables à d'autres domaines.

La résolution de problèmes renforce l'aptitude des élèves à s'appuyer sur des faits pour prendre des initiatives, pour analyser des données, pour élaborer des stratégies et pour faire des choix réfléchis. Elle apprend à l'élève à se confronter à l'inconnu, à identifier ses points forts et ses faiblesses. Elle lui apprend à tirer profit de ses erreurs, à développer sa confiance en lui et à éprouver le plaisir de chercher.

Des modalités de travail diversifiées (recherche en binômes ou en groupes plus larges, entraide entre élèves, exposé d'une réponse ou d'une solution, débat autour de celle-ci, etc.) favorisent le développement de l'engagement, de la persévérance, de la capacité d'écoute, du respect du point de vue d'autrui et de la capacité à défendre le sien.

L'égalité entre les élèves, un enjeu fondamental pour la réussite de tous

En mathématiques, comme dans toutes les disciplines, la réduction des inégalités scolaires constitue une priorité éducative majeure. Les professeurs jouent un rôle déterminant dans la construction d'un climat d'apprentissage juste, exigeant et bienveillant, où chaque élève peut développer sa maîtrise des savoirs et savoir-faire, indépendamment de son origine sociale, de son genre ou de son parcours. Une posture pédagogique inclusive et équitable, favorisant une identification positive, contribue ainsi à encourager le parcours mathématique de chaque élève.

Il s'agit de donner à voir que les compétences en mathématiques ne sont ni innées, ni réservées à une élite, mais qu'elles se construisent par la pratique, l'erreur, l'échange et l'entraînement régulier. Promouvoir cette vision démythifie cette croyance et renforce chez les élèves leur engagement dans leurs apprentissages.

Tendre vers plus d'égalité ne consiste pas à traiter tous les élèves de manière identique, mais exige des enseignants une vigilance constante à plusieurs niveaux :

- le choix des situations d'apprentissage : elles doivent être suffisamment variées pour solliciter différents modes de raisonnement, et suffisamment accessibles pour permettre à tous les élèves d'entrer dans l'activité ;
- le regard porté sur chaque élève : les professeurs valorisent l'engagement dans les apprentissages, les stratégies et les progrès, et non uniquement les résultats. Ils adoptent une posture d'éducateur exigeant et encourageant, en refusant toute forme de fatalisme ou de résignation ;
- la répartition équitable des responsabilités : chaque élève doit pouvoir prendre part aux tâches, être écouté, et s'exprimer. Cela passe par une vigilance à ne pas laisser certains élèves s'effacer ou monopoliser la parole ;
- l'attention particulière accordée à la dimension langagière des écrits mathématiques et des échanges en classe, afin qu'ils soient compréhensibles par tous les élèves, en identifiant les obstacles potentiels et en travaillant systématiquement, lorsque cela s'avère nécessaire, la reformulation ;
- les retours oraux et écrits : ils doivent guider l'élève vers des pistes concrètes d'amélioration. Ils participent à construire une relation de confiance fondée sur le respect, la clarté des attentes et la reconnaissance des efforts ;
- la diversité des modalités d'expression : encourager chaque élève à prendre la parole, à présenter une démarche, à débattre ou à reformuler une consigne, c'est reconnaître sa capacité à penser, chercher et construire du savoir.

L'enseignement des mathématiques doit également contribuer à modifier les représentations sociales souvent associées à cette discipline et qui entraînent un manque de légitimité ressenti par certains élèves : élitisme, science pure détachée de tout contexte, absence de figures féminines, opposition entre sciences et créativité, etc. Pour cela, il est essentiel de :

- rendre visibles des parcours de mathématiciens et de mathématiciennes aux profils variés, issus de contextes culturels et sociaux différents ;
- proposer des références inspirantes à travers les supports utilisés en classe ou les échanges avec des intervenants extérieurs (étudiants, chercheurs, professionnels), afin que tous les élèves puissent se projeter dans des rôles valorisants ;
- questionner activement les stéréotypes de genre ou d'origine, en déjouant les biais inconscients qui peuvent encore peser sur les pratiques scolaires.

Cette approche contribue à créer un environnement où chaque élève a la possibilité d'apprendre, de progresser, de réussir, ce qui constitue la condition première d'un enseignement réellement inclusif.

La pensée informatique

La locution « pensée informatique » englobe une attitude intellectuelle et un ensemble de savoirs et savoir-faire essentiels pour comprendre les enjeux contemporains liés à la place des algorithmes, à la programmation et à l'usage de machines avec ou sans intelligence artificielle.

Au cycle 4, les élèves poursuivent la démarche entamée au cycle 3. Le développement de leur pensée informatique repose sur l'algorithmique construite progressivement tout au long du cycle. Elle permet aux élèves de manipuler les notions mathématiques sous un autre point de vue. Elle vise aussi à les sensibiliser aux enjeux des technologies numériques, en liaison avec l'enseignement de technologie.

Organisation du programme

Les apprentissages figurant dans le programme recouvrent des domaines variés des mathématiques : nombres et calculs, algèbre, organisation et gestion des données, probabilités, géométrie, proportionnalité.

En amont des objectifs d'apprentissage, une rubrique intitulée « Automatismes » recense les compétences fondamentales devant être acquises de manière fluide et durable.

Certains domaines comportent également une rubrique intitulée « Prolongements possibles : mises en perspective historiques ou culturelles ». Celle-ci a pour vocation d'enrichir les enseignements en inscrivant les notions mathématiques dans une dimension historique, culturelle et interdisciplinaire, contribuant ainsi à la construction de la culture générale des élèves et à la contextualisation des savoirs. L'histoire des mathématiques peut être un fil rouge sur tout le cycle 4, montrant ainsi le développement de la pensée mathématique et de son écriture.

L'ensemble de cette organisation vise à offrir un cadre pédagogique lisible et cohérent, permettant aux professeurs de concevoir des parcours d'apprentissage exigeants, stimulants et adaptés à la diversité des élèves.

Nombres et calculs

Au cycle 4, la partie nombres et calculs du programme s'enrichit de nombreuses nouvelles notions. Les élèves découvrent ainsi de nouvelles catégories de nombres avec lesquels ils réalisent des calculs et qu'ils mobilisent pour résoudre des problèmes.

Les nombres relatifs sont introduits afin de rendre possible toutes les soustractions. Les opérations sur les nombres relatifs sont construites progressivement. Une pratique routinière de calculs additifs et soustractifs permet de se détacher progressivement des contextes familiers, ce qui est un préalable à une bonne compréhension de la multiplication et de la division.

La conception du nombre fraction abordée au cycle 3 est étendue aux nombres relatifs en écriture fractionnaire, ainsi qu'au quotient ou rapport écrit sous forme fractionnaire avec des nombres quelconques.

Par souci de cohérence, le programme fixe le vocabulaire suivant :

- on appelle quotient le résultat d'une division ou l'expression d'une division ; les deux termes de la division sont des nombres ou des expressions ;
- une fraction est le quotient de deux entiers (numérateur et dénominateur), qui peut être vu comme un nombre, une expression, et aussi comme un opérateur (fraction d'une quantité) ;
- un nombre rationnel est un nombre égal au quotient de deux entiers, sans référence à une écriture particulière.

Dans le programme, une fraction est à la fois un nombre et une écriture. On ne distingue pas fraction et écriture fractionnaire.

Les apprentissages ne doivent pas se réduire à la seule maîtrise des techniques opératoires.

Tout au long du cycle, ils doivent être consolidés par la résolution de problèmes qui s'enrichissent à chaque opération abordée. Les situations doivent motiver les apprentissages, mais aussi les nourrir en permanence à travers des problèmes porteurs de sens.

- Les opérations sur les fractions sont étendues à la multiplication et à la division.
- Les multiples et les diviseurs sont utilisés en lien avec les fractions, mais également dans le cadre de résolution de problèmes
- La racine carrée est introduite, en lien avec des situations géométriques (longueur du côté d'un carré d'aire donnée, théorème de Pythagore).
- L'apprentissage des puissances se fonde sur des situations mathématiques illustrant, par exemple, un produit itéré, comme le comptage de situations répétitives, etc.
- L'apprentissage des puissances de dix prend appui sur des grands nombres issus de domaines scientifiques ou technologiques tels que l'astronomie, les sciences physiques, l'informatique, le traitement de l'information, pour ce qui est des exposants positifs. Les sciences de l'atome, la microbiologie, les sciences chimiques, les nanotechnologies fournissent des situations propices à côtoyer les exposants négatifs. Ce travail est mené en lien avec les unités, les ordres de grandeur, dans les autres disciplines, en particulier la physique-chimie. On introduit en fonction des besoins les préfixes des puissances de dix de nano à giga. On fait le lien avec les conversions.

- Ces situations doivent motiver les apprentissages, mais aussi les nourrir en permanence, à travers des problèmes porteurs de sens.
- Ces notions se prêtent particulièrement à une approche interdisciplinaire par l'étude des problématiques liées au calendrier, à l'informatique, aux engrenages, à la conjonction de phénomènes périodiques et aux cycles d'éclosion de certaines espèces, provenant de la physique, de la technologie et des sciences de la vie et de la Terre.

Tout au long du cycle, l'introduction du calcul littéral vient progressivement enrichir, diversifier et formaliser ces premières rencontres avec la lettre et le signe égal. Le calcul littéral permet alors d'aller au-delà du cadre purement numérique, tout en restant connecté à celui-ci afin d'assurer une validation des expressions obtenues.

Au cycle 3, les élèves ont été exposés à différents usages de la lettre en mathématiques, notamment comme symbole d'une unité, comme désignation d'un objet mathématique (exemple : le point A, le nombre π , le volume V, etc.) ou encore comme variable dans des formules. Ils ont également rencontré différentes interprétations du signe « = », qu'il s'agisse d'indiquer le résultat d'un calcul, une égalité à compléter ou une assignation.

L'introduction du calcul littéral repose sur le développement d'une pensée algébrique, appuyée sur des manipulations concrètes et des représentations adaptées. Il ne doit pas se limiter à des exercices techniques, bien que ceux-ci soient indispensables. Son objectif principal est de permettre la généralisation, la démonstration et la modélisation. Il doit ainsi être intégré à la résolution de problèmes concrets ou internes aux mathématiques, qui en justifient l'usage et en renforcent la pertinence.

Cinquième

Opérations

Automatismes

- Mobiliser les critères de divisibilité par 2, 5 et 10 vus en CM1 et CM2.
- Déterminer le quotient et le reste dans une division euclidienne, par exemple, savoir que $17 = 3 \times 5 + 2$.
- Utiliser les tables de multiplication pour factoriser des nombres entiers décomposables en produit de deux nombres différents de 1, par exemple, $21 = 3 \times 7$.
- Savoir calculer des produits en lien avec les tables : $0,6 \times 7$; $40 \times 0,03$.
- Multiplier et diviser par 10, 100, 1 000.
- Additionner et soustraire des décimaux, par exemple, $2,7 + 1,4$; $3,4 - 0,8$.

Objectifs d'apprentissage

Additionner, soustraire, multiplier et diviser pour résoudre des problèmes et contrôler la vraisemblance de son résultat.

Connaître le sens et les situations d'emploi de ces opérations.

Diviser par un nombre décimal.

Enchaîner des opérations.

Traduire un problème, une succession donnée d'opérations, un programme de calcul, en une seule expression, en faisant appel ou non à des parenthèses.

Nommer un calcul, distinguer sommes et produits, termes et facteurs.

Connaître et utiliser les priorités opératoires.

Connaître et utiliser la distributivité simple sur des exemples numériques.

Utiliser les notions de multiples et diviseurs.

Connaître les critères de divisibilité par 3 et par 9.

Mobiliser un algorithme dans le cadre du calcul numérique.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Notion de nombre premier et développements sur ce thème (existence d'un nombre infini de nombres premiers, crible d'Ératosthène, etc.).

Nombres relatifs

Automatismes

- Additionner, soustraire, multiplier des nombres décimaux à une ou deux décimales.
- Savoir que pour compléter une addition à trou, on utilise une soustraction : $2 + \dots = 7$ se complète en calculant $7 - 2$.

Objectifs d'apprentissage

Définir les nombres relatifs.

Définir l'opposé et la valeur absolue d'un nombre.

Définir la notion de nombre positif, strictement positif, négatif, strictement négatif.

Utiliser les nombres relatifs pour représenter des grandeurs observables qui peuvent prendre des valeurs inférieures à zéro (température, temps, altitude, etc.), en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.

Lire l'abscisse d'un nombre relatif sur une droite graduée et placer un nombre relatif d'abscisse donnée.
Comparer et ranger dans l'ordre croissant et décroissant des nombres décimaux relatifs.
Additionner deux nombres décimaux relatifs.
Additionner plusieurs nombres décimaux relatifs.
Soustraire deux nombres décimaux relatifs.
Connaître et justifier les situations dans lesquelles des parenthèses sont indispensables au sens des écritures.
Simplifier l'écriture de sommes comportant des parenthèses.
Enchaîner additions et soustractions de décimaux relatifs.
Résoudre des problèmes mobilisant addition et soustraction de nombres décimaux relatifs.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Premières apparitions des nombres négatifs avec Brahmagupta (600), dont l'existence était toujours niée au XVII^e siècle.

Nombres rationnels

Automatismes

- Entretenir la connaissance et l'utilisation des tables de multiplication.
- Entretenir l'écriture décimale des fractions simples comme $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{3}{2}; \frac{4}{2}; \frac{5}{2}; \frac{1}{10}; \frac{100}{100}; \frac{7}{1}$.
- Faire vivre la notion de nombre quotient en complétant des multiplications à trou : $3 \times \dots = 7$ puis $3 \times \frac{7}{3} = \dots$
- Lire l'abscisse d'un point sur une droite graduée en tiers, en quarts, en moitiés, en dixièmes.
- Reconnaître des fractions égales : $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{15}; \frac{4}{7} = \frac{\dots}{14}$.
- Comparer deux fractions : $\frac{2}{7}$ et $\frac{5}{7}$; $\frac{8}{12}$ et $\frac{8}{21}$; $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{18}$; $\frac{8}{3}$ et $\frac{6}{7}$.
- Écrire une fraction sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 : $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$.
- Addition et soustraction de fractions simples : $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$; $1 - \frac{2}{3}$; $\frac{4}{7} - \frac{2}{21}$; $3 + \frac{2}{5}$; $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$.
- Prendre une fraction simple d'un nombre : le $\frac{1}{3}$ de 18 ; le $\frac{1}{4}$ de 12.
- Prendre 1 %, 10 % ou 50 % d'un nombre, en lien avec la proportionnalité.
- Écrire un même nombre sous de multiples formes, par exemple dire que $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5} = 120 \% = \frac{120}{100}$ etc.

Objectifs d'apprentissage

Comparer des fractions.
Additionner et soustraire des fractions de dénominateurs quelconques.
Résoudre des problèmes avec des additions et soustractions de fractions.

Puissances

Automatismes

- Entretenir les tables de multiplications.
- Connaître les unités d'aires et de volume.

Objectifs d'apprentissage

Découvrir la notion de puissance d'un nombre et sa notation dans le cas du carré et du cube.
Connaître les carrés des entiers de 0 à 12.
Connaître le cube de 10.
Savoir écrire un nombre sous la forme d'une puissance 2 ou 3.
Calculer la valeur numérique d'expressions contenant des puissances simples, additions, soustractions et produits.
Calculer la valeur d'une expression littérale contenant une puissance simple.

Calcul littéral et algébrique

Automatismes

- Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive.
- Trouver le nombre d'éléments pour une étape donnée dans une suite de motifs évolutive.
- Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité.
- Nombre quotient.

Objectifs d'apprentissage

Produire des formules (double, triple, carré, successeur, prédécesseur, aire, périmètre, etc.).
Calculer la valeur d'une expression littérale par substitution.

Tester si une égalité entre expressions algébriques comportant une variable est vraie ou fausse.
Déterminer si une expression littérale est une somme ou un produit.
Exploiter les relations $k(a + b) = ka + kb$ ou $k(a - b) = ka - kb$ pour factoriser, ou développer une expression littérale.
Réduire une expression littérale de la forme $ax + b$, où a et b sont des nombres décimaux.
Démontrer une propriété générale par le calcul littéral.
Utiliser un contre-exemple pour démontrer qu'une assertion est fausse.
Formuler des conjectures en s'appuyant sur un langage algorithmique ou un tableur.
Donner à la lettre le statut d'inconnue.
Modéliser des problèmes relevant des opérations à trous par des équations du type $ax = c$ ou $x + b = c$.
Résoudre des équations du type $ax = c$ ou $x + b = c$ par des méthodes arithmétiques s'appuyant sur les opérations inverses.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Lien avec Al Khwarizmi pour qui la résolution des problèmes fait appel à la « chose » qu'on cherche.
- Spécificité de la résolution des équations du type $x + b = c$ (« Al-jabr ») et du type $ax = c$ (« Al-hatt ») chez Al Khwarizmi.

Quatrième

Opérations sur les nombres relatifs

Automatismes

- Manipulation de sommes et différences de nombre relatifs.
- Opposé d'un nombre, somme des opposés.
- Entretien des tables de multiplication.
- Multiplier et diviser par 10, 100, 1 000.
- Compléter des multiplications à trou : $5 \times \dots = 3$; faire le lien entre multiplication et division.
- Multiplication comme addition itérée : $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$.

Objectifs d'apprentissage

Multiplier deux nombres relatifs : d'abord dans le cas où un seul des facteurs est négatif, puis, grâce à la distributivité, dans le cas où les deux facteurs sont négatifs.

Diviser deux nombres relatifs.

Savoir calculer un enchaînement d'opérations avec des nombres relatifs.

Utiliser le vocabulaire (somme, quotient, etc.) à partir d'un enchaînement d'opérations dans un programme de calcul et inversement.

Nombres rationnels

Automatismes

- Addition et soustraction de fractions de dénominateurs quelconques mais simples.
- Comparaison de fractions.
- Savoir qu'une fraction est aussi le quotient : $\frac{3}{7}$ (le nombre, qui, multiplié par 7 donne 3, donc savoir que $7 \times \frac{3}{7} = 3$).
- Savoir que prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier la fraction par ce nombre.

Objectifs d'apprentissage

Simplifier une fraction.

Définir la notion de nombre rationnel : le quotient de deux nombres entiers relatifs.

Exprimer l'opposé d'un nombre rationnel.

Calculer le produit de nombres rationnels.

Calculer et représenter la fraction d'une fraction, d'un nombre, d'une quantité.

Définir l'inverse d'un nombre et connaître sa notation.

Déterminer l'inverse d'une fraction.

Diviser des fractions.

Calculer la valeur d'expressions comportant plusieurs opérations avec des fractions.

Résoudre des problèmes mobilisant les opérations sur les fractions : addition, soustraction, multiplication, division, inverse.

Puissances

Automatismes

- Connaître et reconnaître les carrés parfaits des entiers de 0 à 12.
- Multiplier et diviser par 10, 100, 1 000 ; savoir compléter $1\,200 = 1,2 \times \dots$
- Puissances simples : $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$.
- $10^2 = 100$; $10^3 = 1\,000$.

Objectifs d'apprentissage

Définir les puissances d'exposant positif d'un nombre a .

Multiplier des puissances d'exposant entier naturel d'un même nombre entre elles.

Multiplier des puissances d'un même exposant entier naturel de deux nombres entre elles.

Résoudre des problèmes faisant intervenir des puissances.

Racine carrée

Automatismes

- Donner les carrés des nombres entiers compris entre 0 et 12.

Objectifs d'apprentissage

Comprendre et connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif.

Encadrer la racine carrée d'un entier par deux nombres entiers consécutifs.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Découverte de l'existence de nombres irrationnels (lien entre l'aire d'un carré et la longueur d'un de ses côtés).
- $\sqrt{2}$ n'est pas décimal (démonstration par l'absurde en considérant le chiffre des unités).

Calcul littéral et algèbre

Automatismes

- Donner la valeur d'expressions numériques simples.
- Résoudre des équations du type $ax = c$ et $x + b = c$, où a , b et c sont des nombres.
- Écrire $3 \times x$ sous la forme $3x$ et savoir que $3x$ c'est $3 \times x$.
- Connaître et utiliser : $1 \times x = x$; $x + x = 2x$; $x \times x = x^2$; $3x + 2x = 5x$; $3x \times 2x = 6x^2$.
- Donner le double, le triple, la moitié, le prédécesseur, le successeur, le carré d'un nombre.
- Tester si un nombre vérifie une égalité.

Objectifs d'apprentissage

Produire des formules et tester leur vraisemblance : aires de formes géométriques simples, nombres pairs/impairs, etc.

Connaître et utiliser la distributivité simple pour développer et factoriser une expression algébrique.

Utiliser le calcul algébrique pour produire des démonstrations.

Résoudre une équation du premier degré du type $ax + b = c$.

Mettre en équation un problème et le résoudre à l'aide d'une équation du premier degré du type $ax + b = cx + d$.

Formuler des conjectures à l'aide d'un algorithme ou d'un tableur pour résoudre de manière exacte ou approchée une équation.

Troisième

Nombres rationnels

Automatismes

- Additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions.

Objectifs d'apprentissage

Mettre une fraction sous forme irréductible.

Rendre irréductible une fraction.

Résoudre des problèmes faisant appel à des fractions.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Notation des ensembles des entiers naturels, des entiers relatifs, des décimaux, des rationnels.

Puissances

Automatismes

- Puissance comme multiplication itérée : $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$.
- Multiplication de puissances d'exposant positif d'un nombre.
- Multiplication de puissances de même exposant positif de deux nombres.

Objectifs d'apprentissage

Définir les puissances d'exposant négatif d'un nombre.

Multiplier et diviser des puissances.

Déterminer la notation scientifique d'un nombre.

Résoudre des problèmes notamment en utilisant la notation scientifique.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- L'échiquier de Sissa.
- Le papyrus de Rhind.

Racine carrée

Automatismes

- Donner les carrés des nombres entiers compris entre 0 et 12.

Objectifs d'apprentissage

Résoudre analytiquement et graphiquement des équations de la forme $x^2 = a$.

Résoudre des problèmes utilisant la racine carrée.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Notion de parabole et de faisceaux convergents vers son foyer. Lien avec les paraboles pour capter les chaînes de télévision.
- Algorithmes d'extraction de racines carrées.

Multiples et diviseurs

Automatismes

- Factoriser un nombre entier positif : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.
- Simplifier une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont dans une même table de multiplication, par exemple $\frac{15}{35}$ et $\frac{63}{14}$.
- Trouver un dénominateur commun à deux fractions pour les additionner, les soustraire ou les comparer.
- Appliquer les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.

Calcul littéral et algébrique

Automatismes

- Résoudre des équations du type $ax = c$, $x + b = c$, $ax + b = c$.
- Simplifier des expressions littérales.
- Calculer la valeur d'une expression algébrique avec des puissances ou non.
- Donner la nature d'une expression littérale : $3x + 2$ est une somme, $5(x + 4)$ est un produit.
- Développer et factoriser une expression simple.
- Donner l'expression générique d'un nombre pair, d'un nombre impair.
- Prendre l'opposé d'une expression : savoir que $-(5 - 4x) = -5 + 4x$.

Objectifs d'apprentissage

Simplifier des expressions produits ou des rapports comportant des facteurs communs.

Utiliser la double distributivité pour développer et factoriser des expressions dont le facteur est apparent.

Résoudre analytiquement et graphiquement une inéquation du premier degré du type $ax \geq b$.

Résoudre une équation produit nul.

Manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Pratiquer un raisonnement par analyse-synthèse dans le cadre d'une résolution d'équation.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Étude de l'identité de Sophie Germain.

Espace et géométrie

L'enseignement de la Géométrie au cycle 4 a pour objectif majeur d'amener les élèves à mener des raisonnements et à s'initier à la preuve. Cette transition vers une géométrie du raisonnement, entamée en 6^e, se fait progressivement, en s'appuyant sur la géométrie perceptive et sur la géométrie instrumentée étudiées précédemment. Ces différentes visions ne doivent pas s'opposer mais se compléter, et faire l'objet d'allers-retours nécessaires à l'élève. L'enseignement de la géométrie se fait donc en continuité car chaque nouvelle approche complète la précédente, mais aussi en rupture car à ce stade de l'apprentissage de la géométrie, la mesure ne constitue plus un élément de preuve.

Dans l'apprentissage du travail de la démonstration, les attentes en termes de formalisme se construisent progressivement. Pourront ainsi être présentés des exemples génériques, des ébauches de preuves, des diagrammes ou schémas de raisonnement, des manipulations donnant l'idée de la preuve, des preuves à compléter ou à mettre dans l'ordre. L'objectif de rédaction est précédé par l'objectif de raisonnement. On privilégiera pour ce faire un travail en deux étapes : une première étape sur la recherche d'une preuve, une seconde sur la mise en forme de la preuve (mais sans formalisme excessif ni rédactions stéréotypées).

La représentation est particulièrement mobilisée. Les élèves sont ainsi amenés, dans un premier temps, le plus possible, puis autant que de besoin, à réaliser des représentations sur leurs cahiers.

Le programme propose de travailler en fil rouge des preuves utilisant les aires, afin de mobiliser les grandeurs géométriques de sensibiliser les élèves à l'identification d'invariants (élément central dans de nombreux raisonnements mathématiques) et à la notion d'universalité (par exemple découvrir puis démontrer une propriété vraie dans tous les triangles, une propriété vraie quelle que soit la position du point M choisi, etc.).

La géométrie est également un domaine dans lequel les élèves pourront accéder à des résultats mathématiques surprenants, leur permettant de toucher du doigt la beauté de certains résultats et de certains raisonnements.

Cinquième

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal.
- Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée.

Objectifs d'apprentissage

Sur une droite graduée :

- lire l'abscisse d'un point donné ;
- placer un point d'abscisse donnée.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal :

- lire les coordonnées d'un point donné ;
- placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître des vues (de dessus, dessous...) d'empilements de cubes.
- Dénombrer des cubes dans des empilements.
- Reconnaître un cube, un pavé représenté en perspective cavalière.
- Reconnaître un patron d'un cube.

Objectifs d'apprentissage

Construire et mettre en relation différentes représentations en perspectives cavalières des solides suivants : pavé droit, cube, cylindre de révolution, prisme droit.

Savoir mettre en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé, d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution.

Calculer le volume du cube, du pavé droit, du prisme droit.

Connaître et convertir des unités usuelles (volume et capacité).

Calculer l'aire du disque, le volume du cylindre de révolution.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Solides de Platon, formule d'Euler.
- Tableaux d'Escher pour jouer sur la perception de l'espace et des volumes.

Transformations

Automatismes

- Reconnaître et construire le symétrique d'une figure par symétrie axiale, dont l'axe est vertical, horizontal, ou en diagonale sur quadrillage.
- Construire le symétrique, par rapport à un axe, d'un point, d'une figure, sur feuille blanche.

Objectifs d'apprentissage

Définir le demi-tour, ou symétrie centrale.

Connaître les propriétés du demi-tour.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Rosaces et pavages dans l'art du Moyen Âge.
- Lien avec les formes vues dans la nature : flocon, alvéoles d'abeilles, fleurs.

Angles

Automatismes

- Reconnaître et citer sur une configuration géométrique des angles : angle plein, plat, nul, droit ; angles opposés par le sommet, adjacents, supplémentaires, aigus, obtus.
- Savoir qu'un angle droit mesure 90° , qu'un angle plat mesure 180° .
- Reconnaître une bissectrice.
- Connaître les mesures des angles de l'équerre dont dispose l'élève (30° 60° 90° ou 45° 45° 90°).

Objectifs d'apprentissage

Caractériser le parallélisme par les angles : angles alternes internes, angles correspondants.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Éléments d'Euclide (*Livre I*, proposition 27 ou 28).

Triangles

Automatismes

- Reconnaître un triangle isocèle, équilatéral ou rectangle à partir d'un schéma codé.
- Connaître la somme des angles d'un triangle, calculer le 3^e angle d'un triangle connaissant les mesures des deux autres.
- Connaître la notion de médiatrice, de cercle circonscrit.

Objectifs d'apprentissage

Connaître la somme des angles d'un triangle et savoir la démontrer.

Construire des triangles à partir de données partielles.

Connaître les propriétés des médiatrices et du cercle circonscrit dans le cas de triangles particuliers.

Calculer l'aire d'un triangle.

Définir et tracer les hauteurs dans un triangle.

Savoir que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Définir et tracer les médianes dans un triangle.

Démontrer qu'une médiane partage un triangle en deux triangles d'aires égales.

Utiliser ces propriétés dans le cas de triangles particuliers.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Droite d'Euler, cercle des neufs points.
- En suivant un programme de construction donné, l'élève construit, à la règle et au compas, un pentagone régulier.
- Construction d'ogives en lien avec l'art gothique.
- Construction de rosaces trilobées, du triangle de Reuleaux.
- Différents instruments de mesure.

Parallélogrammes

Automatismes

- Reconnaître en justifiant un quadrilatère, un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré, un trapèze, un pentagone, un hexagone dans des figures complexes.
- Exploiter le codage d'une figure pour identifier des parallélogrammes particuliers.

Objectifs d'apprentissage

Définir le parallélogramme.

Construire des parallélogrammes.

Connaître les propriétés caractéristiques des côtés opposés et des diagonales.

Utiliser une propriété caractéristique sur les diagonales ou les côtés pour les construire ou donner la nature du quadrilatère.

Définir les parallélogrammes particuliers (rectangle, losange, carré).

Connaître les propriétés caractéristiques.

Savoir calculer l'aire d'un parallélogramme et de figures complexes.

Résoudre des problèmes faisant appel à des conversions d'unités de longueur et d'unités d'aires.

Quatrième

Transformations

Automatismes

- Construire le symétrique d'un point par demi-tour.

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre relatif.
- Repérer un nombre relatif sur une droite graduée.
- Dans le plan muni d'un repère orthogonal :
 - lire les coordonnées d'un point donné ;
 - placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître les solides : cube, pavé, cylindre, prisme droit.
- Connaître et utiliser les formules du volume d'un cube, d'un pavé, d'un prisme, d'un cylindre.
- Reconnaître la base d'un prisme donné en perspective cavalière.
- Savoir calculer l'aire des figures planes usuelles : triangle, rectangle, disque.

Objectifs d'apprentissage

Reconnaître des solides (pyramide, cône de révolution).

Construire et mettre en relation différentes représentations des solides (pavé droit, cube, cylindre de révolution, prisme droit, pyramides et cônes de révolution).

Connaître le volume de la pyramide et du cône de révolution.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Lien avec la pyramide du Louvre, les pyramides égyptiennes.

Parallélogrammes et translations

Automatismes

- Dire si des figures planes sont images l'une de l'autre par une symétrie axiale (dont on identifie l'axe) ou par un demi-tour (dont on identifie le centre).
- Dans une configuration donnée, déterminer les images de figures, de droites, de segments, de points par une symétrie axiale ou un demi-tour.
- Reconnaître un parallélogramme à l'aide de sa définition ou d'une propriété caractéristique grâce aux codages.
- Reconnaître un parallélogramme particulier à partir de ses propriétés caractéristiques, notamment à partir des propriétés de ses diagonales.

Objectifs d'apprentissage

Comprendre l'effet d'une translation.

Faire le lien avec les parallélogrammes, les angles.

Connaître et utiliser les propriétés de conservations des translations.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Pavage d'Escher ou de l'Alhambra.

Triangles

Automatismes

- Reconnaître des droites remarquables, y compris dans les triangles particuliers (médiatrices, médianes, hauteurs, bissectrices).

Objectifs d'apprentissage

Connaître les trois théorèmes relatifs à la droite des milieux dans un triangle.

Connaître le théorème de Pythagore, sa réciproque, sa contraposée.

Mener un travail de logique sur la réciproque et la contraposée.

Caractériser un triangle rectangle à l'aide de son cercle circonscrit, par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.

Déterminer le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle.

Construire des rectangles sans équerre.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Théorème de Varignon : l'élève étudie la démonstration historique d'Euclide basée sur les aires.
- Quelques repères historiques autour de Pythagore et son œuvre.

Troisième

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre relatif.
- Repérer un nombre relatif sur une droite graduée.
- Dans le plan muni d'un repère orthogonal :
 - lire les coordonnées d'un point donné ;
 - placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme droit, cylindre, pyramide, cône).
- Connaître et utiliser les formules du volume d'une pyramide ou d'un cône.
- Donner la nature d'une face d'une pyramide représentée en perspective cavalière.
- Identifier les patrons de pyramides données (par exemple inscrites dans un cube).

Objectifs d'apprentissage

Définir la boule et la sphère.

Définir les grands cercles, le diamètre.

Visualiser et réaliser des sections de pavé parallèlement à une face, de cylindre parallèlement ou perpendiculairement à son axe, d'une boule.

Connaître et utiliser la formule du volume d'une boule de rayon donné.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- La formule du volume, trouvée au III^e siècle avant J.-C., d'après une intuition d'Archimède comme étant $\frac{2}{3}$ du cylindre qui contient la boule. Elle a été démontrée plus formellement par Newton au XVII^e.
- Les cinq polyèdres réguliers de l'espace et les illustrations de Léonard de Vinci pour le traité mathématique *De divina proportione* de Luca Pacioli.

Triangles

Automatismes

- Utiliser la propriété du triangle rectangle et de son cercle circonscrit.
- Écrire l'égalité de Pythagore dans un triangle rectangle.
- Utiliser la droite des milieux pour prouver que des droites sont parallèles, pour calculer une longueur, pour prouver qu'un point est le milieu d'un côté.

Objectifs d'apprentissage

Connaître et appliquer le théorème de Thalès, sa réciproque, sa contraposée (configurations des triangles emboîtés et configuration dite du papillon).

Connaître et utiliser les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelle

- Repères historiques autour du théorème de Thalès, qui n'est pas appelé comme cela dans les autres pays.
- Construction des polygones réguliers à la règle et au compas.

Translations et vecteurs

Automatismes

- Mobiliser les connaissances sur la symétrie axiale, le demi-tour, la translation.

Objectifs d'apprentissage

Définir et utiliser la translation : définition ponctuelle avec parallélogramme.

Définir et utiliser les notions de vecteur, de vecteurs égaux, de vecteur nul, d'opposé d'un vecteur.

Définir et utiliser la somme de deux vecteurs par enchaînement de deux translations.
Découvrir et utiliser la relation de Chasles.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Savoir qu'un hexagone est obtenu à partir de triangles équilatéraux.
- Lien avec les fractales comme les flocons de Von Koch ou les triangles de Sierpinski.

Organisation et gestion de données et probabilités

Statistiques

Certaines des notions travaillées dans ce thème ont déjà été abordées lors des cycles précédents. Au cycle 4, les élèves sont confrontés à diverses situations de travail sur des données : les utiliser, les représenter, les interpréter. Ils sont amenés à analyser et à comparer, en particulier pour dégager des informations pertinentes. Ce travail permet de développer leur esprit critique, de les éclairer pour prendre des décisions et de les mettre en garde sur des manipulations par des présentations trompeuses.

La compétence *Communiquer* est particulièrement travaillée dans la résolution des exercices de cette partie du programme.

La compétence *Représenter* est très souvent mobilisée dans cette partie du programme. Il est important que les élèves réalisent des représentations sur leurs cahiers.

Cette partie du programme est propice à l'utilisation du tableur. Les professeurs et les élèves devront y avoir recours aussi fréquemment que possible.

Probabilités

Au cycle 3, les élèves ont travaillé sur les notions élémentaires de probabilité : ils savent qu'une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 et qu'elle peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage. Ils ont calculé des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité.

Au cycle 4 on formalise la notion de probabilité dans le cas fini en s'appuyant sur le langage des ensembles et on précise les premiers éléments de calcul des probabilités.

L'élève rencontre des situations familières (par exemple, lancers de pièces ou de dés équilibrés, tirage au hasard dans une population) où il utilise le modèle de l'équiprobabilité. L'équiprobabilité est une hypothèse qui ne se démontre pas, mais qui peut être jugée pertinente par un argument de symétrie. Elle peut faire l'objet d'une discussion en classe et être confrontée à l'expérience.

Dans d'autres cas, un modèle probabiliste peut être construit à partir de fréquences observées (par exemple : sexe d'un enfant à la naissance) en s'appuyant sur l'idée de stabilisation des fréquences (loi des grands nombres).

Dans tous les cas, on distingue la situation réelle du modèle probabiliste utilisé pour la décrire.

Cinquième

Statistiques

Objectifs d'apprentissage

Recueillir et organiser des données.

Calculer des effectifs et des fréquences (exprimées sous forme décimale, fractionnaire ou de pourcentage).

Lire et interpréter des informations présentées sous forme de tableaux, de diagrammes et de graphiques.

Représenter, sur papier ou à l'aide d'un tableur-grapheur, des données sous la forme d'un tableau, d'un diagramme (diagramme en barres, diagramme circulaire) ou d'un graphique cartésien.

Choisir une représentation adaptée à ce qu'il convient de mettre en avant.

Calculer et interpréter la moyenne simple d'une série de données.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Étude des diagrammes de Florence Nightingale.

Probabilités

Automatismes

- Positionner sur une échelle de probabilité les événements du type :
 - événement impossible ;
 - événement certain ;
 - obtenir pile en lançant une pièce équilibrée ;
 - obtenir une valeur donnée en lançant un dé équilibré ;
 - obtenir une couleur d'une boule lors du tirage dans une urne ;

- ne pas obtenir la bonne combinaison au loto ;
- obtenir 10 fois de suite la valeur 1 en lançant un dé à six faces.
- Donner la probabilité sous diverses formes (fraction, décimale, pourcentage) pour les cinq premiers événements ci-dessus.
- Lier l'expression « une chance sur quatre » (par exemple) et la probabilité $\frac{1}{4}$.

Objectifs d'apprentissage

Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.

Utiliser le vocabulaire des probabilités dans des contextes concrets : expérience aléatoire, issue, événement.

Attribuer des probabilités dans des cas simples (équiprobabilité).

Répéter matériellement une expérience aléatoire simple. Enregistrer les résultats observés dans un tableau d'effectifs et de fréquences.

Quatrième

Statistiques

Automatismes

- Calculer une moyenne pour un très petit nombre de valeurs.
- Calculer un effectif manquant dans un tableau pour un petit nombre de valeurs.
- Calculer une fréquence simple.

Objectifs d'apprentissage

Calculer une moyenne pondérée dans le cas d'une série discrète de petits effectifs présentée sous forme de données brutes, d'un tableau ou d'un diagramme en barres.

Déterminer une médiane et l'interpréter dans le cas d'une série de petit effectif présentée sous forme de données brutes.

Calculer et interpréter l'étendue d'une série présentée sous forme de données brutes, d'un tableau, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire.

Comprendre l'évolution de la médiane et de la moyenne quand on ajoute une valeur extrême.

Résoudre des problèmes faisant intervenir les différents indicateurs.

Résoudre des problèmes de comparaison de séries statistiques.

Utiliser le tableur pour calculer une moyenne, une médiane et l'étendue d'une série statistique.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Le premier traité des *Essais d'arithmétique politique* de Willem Kersseboom (XVIII^e s.).

Probabilités

Objectifs d'apprentissage

Utiliser le vocabulaire et les notations ensemblistes pour décrire une expérience aléatoire dans des cas simples et définir la notion d'événement.

Définir : complémentaire, réunion, intersection, ensemble vide (événement impossible).

Calculer la probabilité d'un événement et de l'événement contraire.

Exemples simples d'expériences aléatoires à deux épreuves (par exemple, lancer de deux pièces, d'une pièce et d'un dé, de deux dés, etc.).

À partir de la répétition d'une expérience aléatoire, réalisée matériellement ou simulée, comparer des graphiques de distributions (fréquentielle et probabiliste).

Observer la fluctuation des fréquences pour un nombre de répétitions fixé de l'expérience aléatoire.

Troisième

Statistiques

Automatismes

- Calculer une moyenne.
- Donner une médiane pour une série comportant un petit nombre de valeurs.
- Calculer l'étendue d'une série.

Objectifs d'apprentissage

Calculer des effectifs cumulés croissants.

Donner les quartiles et la médiane d'une série donnée sous forme de tableau d'effectifs ou de diagramme en barres.

Construire et utiliser des boîtes à moustache pour représenter les valeurs de position d'une série statistique.

Comprendre et interpréter des données statistiques.

Utiliser le tableur pour calculer une moyenne, une médiane et l'étendue d'une série statistique.

Probabilités

Objectifs d'apprentissage

Connaitre et savoir appliquer la relation $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Simuler des expériences aléatoires indépendantes.

Observer la stabilisation des fréquences lorsqu'on augmente le nombre de répétitions de l'expérience aléatoire, faire le lien entre fréquence et probabilité selon le nombre de répétitions.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Problème de l'erreur de D'Alembert.

Proportionnalité, fonctions

Cette partie du programme regroupe les notions de proportionnalité et de fonction pour répondre à un double objectif :

- introduire progressivement la notion de fonction, pour décrire une dépendance entre deux grandeurs, dont la proportionnalité est un cas particulier ;
- affermir la maîtrise des raisonnements liés à la proportionnalité, en liaison avec les situations de proportionnalité courantes : changement d'échelle, changement d'unité, pourcentages, rapports et ratios.

Au cycle 4, la proportionnalité occupe toujours une place centrale. Il s'agit d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité (notamment au niveau de ses applications : pourcentages, rapports et ratios, changements d'unité, changements d'échelle, fonctions linéaires etc.).

Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient. Les procédures vues précédemment sont poursuivies ; la nature des nombres mis en jeu évolue.

La notion de fonction apparaît d'abord dans le cadre des grandeurs, avec des situations simples de proportionnalité ou de non proportionnalité.

Dès la cinquième, on emploie l'expression « en fonction de ». En quatrième, on donne des exemples où on utilise une formule, un graphique ou un tableau de valeurs pour traduire la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre. Des exemples de fonctions sont étudiés en troisième, sans étude générale de la notion de fonction.

Les notations fonctionnelles de type $P(A)$, $p(t)$ ainsi que la flèche $\rightarrow$ sont utilisées progressivement dans tous les chapitres du programme.

Cinquième

Proportionnalité

Automatismes

- Reconnaître si une situation donnée entre dans le cadre de la proportionnalité ou non.
- Dans des situations simples, mobiliser une procédure adaptée (propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité) pour résoudre un problème lié à la proportionnalité. Par exemple :
 - à partir d'une recette pour 4 personnes, on sait donner (ou verbaliser la procédure) les quantités lorsque l'on passe à 2, 8 ou 6 personnes ;
 - si l'on connaît le prix d'un kilogramme de tomates, on sait comment calculer le prix de 3 kg ou de 4,3 kg de tomates ;
 - lors de l'élection des délégués de la classe, 4 élèves se présentent. Chaque élève a voté pour un seul candidat. Voici les résultats :

Alexis	Chloé	Salma	Djibril	Total
6	12	3	3	24

Calculer le pourcentage de voix de chaque candidat.

Objectifs d'apprentissage

Utiliser des proportions, des pourcentages.

Calculer, appliquer des proportions, des pourcentages.

Identifier des situations de proportionnalité dans des contextes concrets (prix, recettes, distances, échelles).

Utiliser un coefficient de proportionnalité dans des contextes concrets (prix unitaire, vitesse moyenne, échelle, etc.).

Représenter une situation de proportionnalité par un tableau ou un graphique.

Reconnaître une situation de proportionnalité à partir d'un tableau ou d'un graphique.

Reconnaître graphiquement qu'un nuage de points est ou n'est pas associé à une situation de proportionnalité entre données discrètes.

Fonctions

Objectifs d'apprentissage

Introduire l'expression : « en fonction de » dans des contextes concrets ou mathématiques.

Produire un tableau de valeurs.

Lire et interpréter un tableau de valeurs.

Placer dans un repère orthogonal donné des points correspondant à un tableau de valeurs.

Lire et interpréter un graphique cartésien donné par une courbe ou un nuage de points.

Traduire la relation de dépendance entre deux grandeurs par un tableau de valeurs à partir d'une formule.

Produire une formule simple représentant la dépendance de deux grandeurs.

Caractériser graphiquement la proportionnalité.

Quatrième

Proportionnalité

Automatismes

- Déterminer a % de c quand a vaut 100, 50, 25, 10, 1.
- Compléter : 20 % de 120 = ... ; $30 = \frac{\dots}{100} \times 1\,000$.

Objectifs d'apprentissage

Utiliser des grandeurs quotients, avec ou sans unités.

Comparer deux nombres ou deux grandeurs à l'aide de leur rapport ou ratio.

Exprimer la proportionnalité entre deux suites de nombres par des égalités de rapports ou sous forme de ratio.

Déterminer une quatrième proportionnelle.

Calculer avec des pourcentages.

Rendre compte d'une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentages au moyen d'un coefficient multiplicateur.

Définir le coefficient multiplicateur.

Résoudre des problèmes de partage proportionnel.

Fonctions

Objectifs d'apprentissage

Savoir appliquer un programme de calcul à deux (plusieurs) étapes à un nombre simple puis à une variable.

Savoir retrouver le nombre de départ après avoir remonté un programme de calcul simple.

Produire une formule littérale représentant la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre.

Représenter l'expression d'une grandeur en fonction d'une autre par un graphique.

Comprendre la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre.

Troisième

Proportionnalité

Automatismes

- Partager une somme en deux parts selon un certain ratio.
- Partager une masse en trois parts selon un certain ratio.
- Partager une somme entre deux personnes âgées de 20 et 30 ans proportionnellement à leur âge.
- Calculer le pourcentage d'une quantité.
- Calculer la distance réelle entre deux villes, connaissant la distance entre ces villes sur une carte routière dont l'échelle est connue.
- Appliquer, dans des cas simples, une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentages, en utilisant ou non le coefficient multiplicateur.

Objectifs d'apprentissage

Traduire une augmentation ou une diminution en pourcentages.

Relier la représentation graphique d'une situation de proportionnalité avec le théorème de Thalès.

Connaître et utiliser les fonctions linéaires.

Fonctions

Objectifs d'apprentissage

Utiliser les différentes représentations d'une fonction.

Définir et connaître le vocabulaire : image, antécédents.

Définir et utiliser les fonctions linéaires.
Résoudre graphiquement des équations et des inéquations linéaires.
Relier fonctions linéaires et proportionnalité.
Définir et utiliser les fonctions affines.
Déterminer graphiquement les coefficients d'une fonction affine.
Représenter la fonction carré.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

- Méthode de simple fausse position (pour les problèmes du type $y = ax$).

La pensée informatique

La pensée informatique est présentée sous l'angle de l'algorithmique. Les concepts sous-jacents de la programmation impérative par blocs sont présentés de manière progressive tout au long du cycle. Ainsi, les notions complexes comme celle de variable et d'instructions de répétition sont introduites en plusieurs temps afin de permettre aux élèves d'arriver à une autonomie d'expression en fin de cycle.

Cinquième

Les notions aperçues au cycle 3 sont définies et manipulées avec précision. La notion de variable est vue uniquement à ce stade sous l'angle de la manipulation en lecture d'une donnée saisie.

Objectifs d'apprentissage

Manipuler des instructions simples et les séquencer.
Identifier les entrées et sorties d'un programme.
Représenter des formules sous la forme d'une expression informatique dans un langage de programmation par blocs.
Calculer la valeur de formules à l'aide d'une suite d'instruction dans un langage de programmation par blocs.
Prévoir la valeur d'une expression informatique avant son exécution.
Analyser un programme simple donné et modifier ses paramètres.
Effectuer une boucle inconditionnelle simple permettant de répéter une séquence linéaire d'instructions un nombre précis de fois.

Quatrième

La notion de variable informatique est progressivement introduite.

En classe de quatrième, les élèves commencent à écrire des programmes simples en autonomie et à comprendre et modifier des programmes fournis plus complexes.

Objectifs d'apprentissage

Représenter des conditions simples.
Écrire des instructions conditionnelles.
Manipuler une variable.
Écrire un programme simple donné pour réaliser un objectif ou résoudre un problème.
Modifier un programme donné pour changer son comportement.

Troisième

Les notions présentées précédemment sont approfondies en classe de troisième.

Cet approfondissement conduit les élèves vers une autonomie d'écriture de programme.

Objectifs d'apprentissage

Approfondir la notion de variables.
Utiliser des conditions composées.
Utiliser une boucle conditionnelle.
Structurer des programmes.
Écrire un programme donné pour réaliser un objectif ou résoudre un problème.