

## Annexe I Programme de mathématiques

Pour chaque spécialité de brevet de technicien supérieur, le programme de mathématiques comporte, d'une part un exposé des objectifs, d'autre part des modules de programmes choisis dans la liste ci-jointe en fonction des besoins spécifiques de la section considérée. Ces modules, qui s'appuient sur les programmes du lycée, sont conçus de façon à favoriser l'accueil de tous les bacheliers, en particulier des bacheliers professionnels et technologiques.

### I - Lignes directrices

#### 1. Objectifs généraux

L'enseignement des mathématiques doit fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques.

Il doit aussi contribuer au développement de la formation scientifique, grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus au regard du problème posé.

Il doit enfin contribuer au développement des capacités personnelles et relationnelles : acquisition de méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression écrite et orale ainsi que des méthodes de représentation (graphiques, schémas, croquis à main levée, organisation de données statistiques, etc.), avec ou sans intervention des outils informatiques. Les moyens de documentation, qui contribuent à un développement des capacités d'autonomie, sont à faire utiliser (documents écrits réalisés par les enseignants, livres, revues, tables, formulaires, supports informatiques de toute nature, internet, etc.).

Ces trois objectifs permettent de déterminer pour un technicien supérieur les capacités et compétences mises en jeu en mathématiques.

On a veillé à articuler l'impératif d'une formation axée sur l'entrée dans la vie professionnelle et le développement des capacités d'adaptation à l'évolution scientifique et technique, permettant la poursuite éventuelle d'études.

#### 2. Objectifs spécifiques à la section

Pour chaque spécialité, les objectifs spécifiques, qui déterminent les champs de problèmes qu'un technicien supérieur doit être capable de résoudre sont précisés par le règlement du BTS considéré.

#### 3. Organisation des contenus

C'est en fonction de ces objectifs généraux et spécifiques que l'enseignement des mathématiques est conçu pour chaque spécialité de brevet de technicien supérieur ; il peut s'organiser autour :

- de quelques pôles significatifs de la spécialité, précisés par le règlement du BTS considéré ;
- pour l'ensemble du programme, d'une valorisation des aspects numériques et graphiques, d'une initiation à quelques méthodes élémentaires de l'analyse numérique et de l'utilisation pour tout cela des moyens informatiques appropriés (calculatrice, ordinateur).

#### 4. Présentation du texte du programme

Pour chaque spécialité de BTS, le programme est constitué de plusieurs modules, chacun comportant deux parties : un bandeau et un texte présenté sous forme d'un tableau en trois colonnes.

Généralement, le bandeau précise les objectifs essentiels du module et délimite le cadre du texte du tableau.

Dans la première colonne du tableau figurent les contenus : il s'agit de l'énoncé des notions et résultats de base que l'étudiant doit connaître et savoir utiliser.

La deuxième colonne est celle des capacités attendues : elle liste ce que l'étudiant doit savoir faire, sous forme de verbes d'action, de façon à faciliter l'évaluation ; il peut s'agir d'appliquer des techniques classiques et bien délimitées, d'exploiter des méthodes s'appliquant à un champ de problèmes, ou d'utiliser des outils logiciels.

La troisième colonne contient des commentaires précisant le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme ; pour éviter toute ambiguïté sur celles-ci, il est indiqué que certains éléments ou certaines notions sont « hors programme » (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou qu'à leur sujet « aucune difficulté théorique ne sera soulevée ». La mention « admis » signifie que la démonstration du résultat visé est en dehors des objectifs du programme. Pour limiter un niveau d'approfondissement, il peut être indiqué en commentaire, dans la colonne de droite, que « tout excès de technicité est exclu » ou que des « indications doivent être fournies » aux étudiants, ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples ».

Le symbole  $\rightleftharpoons$  introduit des thèmes d'ouverture interdisciplinaire où le programme de mathématiques peut interagir avec les enseignements scientifiques, technologiques ou professionnels. Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;

- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

## 5. Organisation des études

L'horaire de mathématiques pour chacune des deux années de la formation considérée est indiqué par le règlement du BTS considéré.

Les étudiants ont acquis dans les classes antérieures un bagage qu'on aura soin d'exploiter en tenant compte de la diversité des parcours scolaires. Il importe en particulier de prévoir en début d'année un accompagnement des bacheliers professionnels de façon à faciliter la transition vers les études supérieures.

Dans la continuité des programmes du lycée, la résolution de problème doit être mise au cœur de l'activité mathématique des étudiants.

Le professeur dispose en général de séances de travaux dirigés nécessaires pour affermir les connaissances des élèves par un entraînement méthodique et réfléchi à la faveur d'activités de synthèse disciplinaires et interdisciplinaires.

Réguliers et de nature variée, les travaux hors du temps scolaire contribuent à la formation des étudiants et sont absolument essentiels à leur progression. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité de leurs acquis.

Le cours proprement dit doit être bref. Une part très importante du temps de travail doit être consacrée à la mise en activité des étudiants, sous forme de travaux dirigés ou pratiques, mettant en œuvre les contenus du programme.

Le professeur de mathématiques pourra admettre certains résultats ; il s'attachera avant tout à faire acquérir aux élèves un noyau de connaissances solides, en particulier celles qui sont directement utilisées dans les autres enseignements scientifiques, techniques et professionnelles, ainsi qu'à développer la capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes issus de secteurs variés des mathématiques et des autres disciplines.

## 6. Place des outils logiciels

Les outils logiciels fournissent un ensemble de ressources particulièrement utiles pour l'enseignement des mathématiques en sections de techniciens supérieurs, où ils peuvent intervenir de façon très efficace dans la réalisation des objectifs de cet enseignement :

- en fournissant rapidement des résultats, dans les domaines du calcul (y compris à l'aide d'un logiciel de calcul formel), des représentations graphiques et pour les applications à d'autres disciplines ;
- en contribuant par leur intervention au développement de la formation scientifique, à différents moments de la démarche mathématique, lors de la résolution de certains problèmes, de la reconnaissance de l'adéquation de modèles avec les observations ou de la réalisation d'une synthèse sur certains concepts ;
- en favorisant le développement des capacités personnelles et relationnelles, notamment la maîtrise des moyens d'expression écrite et des méthodes de représentation, ainsi que l'autonomie dans la recherche documentaire intégrant l'usage d'internet.

Pour l'ensemble des spécialités de brevet de technicien supérieur, le travail effectué soit à l'aide de la calculatrice programmable à écran graphique de chaque étudiant, soit sur un ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de logiciels de géométrie ou de logiciels d'application (modélisation, simulation, etc.) permet de centrer l'activité mathématique sur l'essentiel : identifier un problème, expérimenter sur des exemples, conjecturer un résultat, bâtir une argumentation, mettre en forme une démonstration, contrôler les résultats obtenus et analyser leur pertinence en fonction du problème posé.

De plus, pour les spécialités où l'informatique joue un rôle particulièrement important, une approche de quelques modèles mathématiques intervenant dans la conception et l'utilisation de ces technologies est de nature à favoriser l'unité de la formation.

Ces apports des outils logiciels doivent s'intégrer dans la mise en œuvre des textes définissant le programme de mathématiques, en veillant à distinguer les objectifs de formation et les exigences lors des évaluations.

## 7. Articulation avec les épreuves du BTS

En ce qui concerne les épreuves du BTS, il est précisé que les étudiants doivent connaître l'énoncé et la portée des résultats figurant au programme, mais que la démonstration de ces résultats n'est pas exigible. En outre, pour les rubriques du programme figurant sous la forme « Exemples de », seule la mise en œuvre des méthodes explicites dans l'énoncé de l'épreuve est exigible et aucune connaissance spécifique préalable n'est requise.

L'emploi des calculatrices est défini par la réglementation en vigueur spécifique aux examens et concours relevant du ministère de l'éducation nationale. Dans ce cadre, les étudiants doivent savoir utiliser une calculatrice programmable à écran graphique dans les situations liées au programme de la spécialité considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- savoir utiliser les touches des fonctions et lois de probabilités qui figurent au programme de la spécialité considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- savoir afficher à l'écran la courbe représentative d'une fonction ;

- savoir programmer une séquence, une instruction conditionnelle ou itérative comportant éventuellement un test d'arrêt.

L'usage des calculatrices, y compris celles possédant un logiciel de calcul formel, d'autres moyens de calcul (tables numériques, abaques, etc.), des instruments de dessin est autorisé aux épreuves de mathématiques du BTS, dans le cadre de la réglementation en vigueur pour les examens et concours de l'éducation nationale ; ce point doit être précisé en tête des sujets.

## II Programme

### Modules d'analyse

- Suites numériques
- Fonctions d'une variable réelle
- Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal
- Calcul intégral
- Équations différentielles
- Séries de Fourier
- Transformation de Laplace
- Transformation en z

### Modules de statistique et probabilités

- Statistique descriptive
- Probabilités 1
- Probabilités 2
- Statistique inférentielle
- Fiabilité
- Plans d'expérience

### Modules d'algèbre et géométrie

- Configurations géométriques
- Calcul vectoriel
- Représentations de l'espace
- Modélisation géométrique
- Nombres complexes
- Calcul matriciel
- Arithmétique
- Algèbres de Boole
- Éléments de la théorie des ensembles
- Graphes et ordonnancement
- Algorithmique appliquée

## Les modules de mathématiques en sections de techniciens supérieurs

### Suites numériques

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes discrets, et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos. Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Mode de génération d'une suite et comportement global</b></p> <p>Exemples de génération d'une suite.</p> <p>Suites croissantes, suites décroissantes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer une liste de termes ou un terme de rang donné d'une suite à l'aide d'un logiciel, d'une calculatrice ou d'un algorithme.</li> <li>• Réaliser et exploiter, à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, une représentation graphique des termes d'une suite.</li> </ul>	<p>On privilégie les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie pouvant être modélisées à l'aide de suites.</p> <p>On se limite à une approche graphique.</p>
<p><b>Suites arithmétiques et géométriques</b></p> <p>Expression du terme général.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison.</li> <li>• Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de <math>n</math> termes consécutifs (ou des <math>n</math> premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique.</li> </ul>	<p>Une expression de la somme de <math>n</math> termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique est donnée si nécessaire.</p>
<p><b>Limite d'une suite</b></p> <p>Limite d'une suite géométrique</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Étant donné une suite géométrique <math>(u_n)</math>, utiliser un tableur ou un algorithme pour déterminer, lorsque cela est possible : <ul style="list-style-type: none"> <li>– un seuil à partir duquel <math>u_n \geq a</math>, <math>a</math> étant un réel donné ;</li> <li>– un seuil à partir duquel <math> u_n  \leq 10^{-p}</math>, <math>p</math> étant un entier naturel donné.</li> </ul> </li> </ul>	<p>On approche expérimentalement la notion de limite en utilisant les outils logiciels et en programmant des algorithmes.</p> <p>Selon les besoins, on peut résoudre un problème de comparaison d'évolutions et de seuils pour des situations ne relevant pas d'une modélisation par une suite géométrique.</p>

**Fonctions d'une variable réelle**

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de  $\mathbf{R}$ , qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
- apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.

Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Fonctions de référence</b></p> <p>Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction.</li> </ul>	<p>En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles.</p> <p>En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la fonction logarithme décimal ;</li> <li>- des cas particuliers de fonctions puissances <math>t \mapsto t^\alpha</math> avec <math>\alpha \in \mathbf{R}</math> ou exponentielles de base <math>a</math> avec <math>a \in ]0, +\infty[</math>.</li> </ul>
<p><b>Dérivation</b></p> <p>Dérivée des fonctions de référence.</p> <p>Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient.</p> <p>Dérivée de fonctions de la forme : <math>x \mapsto u^n(x)</math> avec <math>n</math> entier naturel non nul, <math>x \mapsto \ln(u(x))</math> et <math>x \mapsto e^{u(x)}</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer la dérivée d'une fonction : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> <li>• Étudier les variations d'une fonction simple.</li> </ul>	<p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter le tableau de variation d'une fonction <math>f</math> pour obtenir : - un éventuel extremum de <math>f</math> ; - le signe de <math>f</math> ; - le nombre de solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math>.</li> <li>• Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine.</li> </ul>	<p>Les solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math> sont déterminées :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- explicitement dans les cas simples ;</li> <li>- de façon approchée sinon.</li> </ul> <p>On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.</p>

<p><b>Limites de fonctions</b></p> <p>Asymptotes parallèles aux axes : - limite finie d'une fonction à l'infini ; - limite infinie d'une fonction en un point.</p> <p>Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique.</p> <p>Limites et opérations.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter une représentation graphique en termes de limite.</li> <li>• Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la limite d'une fonction simple.</li> <li>• Déterminer des limites pour des fonctions de la forme :  <math>x \mapsto u^n(x)</math>, <math>n</math> entier naturel non nul ;  <math>x \mapsto \ln(u(x))</math> ;  <math>x \mapsto e^{u(x)}</math>.</li> </ul>	<p>La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants.</p> <p>Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre.</p> <p>On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.</p>
<p><b>Approximation locale d'une fonction</b></p> <p>Développement limité en 0 d'une fonction.</p> <p>Développement limité en 0 et tangente à la courbe représentative d'une fonction.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer, à l'aide d'un logiciel, un développement limité en 0 et à un ordre donné d'une fonction.</li> <li>• Exploiter un développement limité pour donner l'équation réduite de la tangente et préciser sa position par rapport à la courbe représentative de la fonction.</li> </ul>	<p>On introduit graphiquement la notion de développement limité en 0 d'une fonction <math>f</math> en s'appuyant sur l'exemple de la fonction exponentielle sans soulever de difficulté théorique.</p> <p>L'utilisation et l'interprétation des développements limités trouvés doivent être privilégiées.</p>
<p><b>Courbes paramétrées</b></p> <p>Exemples de courbes paramétrées définies par des fonctions polynomiales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer un vecteur directeur de la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul.</li> <li>• Tracer une courbe à partir des variations conjointes.</li> </ul>	<p>L'étude de ces quelques exemples a pour objectif de familiariser les étudiants avec le rôle du paramètre, la notion de courbe paramétrée et de variations conjointes.</p> <p>On se limite à quelques exemples où les fonctions polynômes sont de degré inférieur ou égal à deux.</p> <p>⇔ Trajectoire d'un solide, design.</p>

## Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal

Le module « fonction d'une variable réelle et traitement du signal » vient en complément du module « fonctions d'une variable réelle » dont les objectifs restent valables. Il convient donc d'articuler les contenus de ces deux modules.

Ce module est à traiter en relation étroite avec les situations rencontrées dans les enseignements technologiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Fonctions de référence</b></p> <p>Fonctions tangente et arctangente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter une fonction de référence.</li> </ul>	
<p><b>Compléments sur les fonctions</b></p> <p>Fonction paire, fonction impaire, fonction périodique : – définition ; – interprétation graphique.</p> <p>Calculs de dérivées : – dérivée de <math>x \mapsto \tan x</math> et <math>x \mapsto \arctan x</math> ; – dérivée de <math>t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)</math> et <math>t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)</math>, <math>\omega</math> et <math>\varphi</math> étant réels ; – dérivée d'une fonction de la forme <math>x \mapsto \arctan(u(x))</math>.</p> <p>Fonctions rationnelles : décomposition en éléments simples.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter la représentation graphique d'une fonction pour en déterminer des propriétés de périodicité et parité.</li> <li>• Représenter graphiquement une fonction simple ayant des propriétés de parité ou de périodicité.</li> <li>• Étudier les variations d'une fonction simple.</li> <li>• Déterminer la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul>	<p>Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions de la forme <math>x \mapsto f(ax+b)</math> et aux fonctions qui se déduisent de façon simple des fonctions de référence par opérations algébriques.</p> <p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>On étudie les limites d'une fonction de la forme <math>x \mapsto \arctan(u(x))</math> sur des exemples.</p> <p>Aucun résultat théorique sur la décomposition en éléments simples n'est au programme : la forme de la décomposition doit être indiquée. On prépare ainsi la recherche d'originaux dans le cadre de la transformation de Laplace.</p>
<p><b>Approximation globale d'une fonction sur un intervalle</b></p> <p>Approche de la notion à partir d'exemples.</p>		<p>Sur des exemples variés et à l'aide d'outils informatiques, on aborde expérimentalement la notion d'approximation globale d'une fonction. On prépare ainsi la notion de développement en série d'une fonction. Avec la fonction exponentielle, on illustre la diversité des approximations possibles d'une même fonction.</p>

### Calcul intégral

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de  $\mathbf{R}$ . La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Primitives</b></p> <p>Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques.</p> <p>Complément : primitives de <math>t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)</math> et <math>t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)</math>, <math>\omega</math> et <math>\varphi</math> étant réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer des primitives d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> <li>- à la main dans les cas simples ;</li> <li>- à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Déterminer les primitives d'une fonction de la forme <math>u' u^n</math> (<math>n</math> entier relatif, différent de <math>-1</math>), <math>\frac{u'}{u}</math> et <math>u' e^u</math>.</li> </ul>	<p>Pour les primitives de <math>\frac{u'}{u}</math>, on se limite au cas où <math>u</math> est strictement positive.</p>
<p><b>Intégration</b></p> <p>Calcul intégral : <math>\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)</math> où <math>F</math> est une primitive de <math>f</math>.</p> <p>Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité et positivité.</p> <p>Calcul d'aires.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer une intégrale : <ul style="list-style-type: none"> <li>- à la main dans les cas simples ;</li> <li>- à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Déterminer l'aire du domaine défini par : <math>\{M(x, y), a \leq x \leq b \text{ et } f(x) \leq y \leq g(x)\}</math> où <math>f</math> et <math>g</math> sont deux fonctions telles que pour tout réel <math>x</math> de <math>[a, b]</math>, <math>f(x) \leq g(x)</math>.</li> </ul>	<p>On étudie le cas où <math>f</math> (resp. <math>g</math>) est la fonction nulle.</p> <p>On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).</p>
<p>Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique.</p> <p>Formule d'intégration par parties.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.</li> <li>• Calculer une intégrale par intégration par parties.</li> </ul>	<p>Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique ; centre d'inertie, moment d'inertie.</p>

## Équations différentielles

On s'attache à relier les exemples étudiés avec les enseignements scientifiques et technologiques, en montrant l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale.

L'utilisation des outils logiciels est sollicitée ; elle a pour finalités :

- de mettre en évidence, expérimentalement, la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes ;
- de dépasser la seule détermination des solutions d'une équation différentielle en donnant la possibilité de visualiser des familles de courbes représentatives de ces solutions ;
- de permettre, avec l'aide du calcul formel, de donner une expression des solutions dans certains cas complexes.

Si, dans ce module, on développe plus particulièrement deux types d'équations différentielles, on est également attentif à donner une vision plus large de ces notions en présentant des équations différentielles dont on ne peut donner qu'une solution approchée tout en faisant saisir des principes généraux comme la notion de famille de solutions.

On introduit les nombres complexes et les résolutions d'équations du second degré à coefficients réels pour disposer de l'équation caractéristique d'une équation différentielle linéaire du second ordre.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Équations linéaires du premier ordre</b></p> <p>Équation différentielle <math>ay'+by = c(t)</math> où <math>a, b</math> sont des constantes réelles et <math>c</math> une fonction continue à valeurs réelles.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle.</li> <li>• Résoudre une équation différentielle du premier ordre :               <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée :               <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> </ul>	<p>En lien avec les autres disciplines, on habitue les étudiants à différentes écritures : variable, fonction, notation différentielle.</p> <p>On présente sur un exemple la résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler.</p> <p>Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données.</p> <p>En liaison avec les autres disciplines, on peut étudier des exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables, par exemple en mécanique ou en cinétique chimique, mais ce n'est pas un attendu du programme.</p> <p>⇔ Loi de refroidissement, cinétique chimique.</p>
<p><b>Nombres complexes</b></p> <p>Forme algébrique d'un nombre complexe : somme, produit, conjugué.</p> <p>Équation du second degré à coefficients réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre une équation du second degré à coefficients réels.</li> </ul>	<p>On se limite à l'écriture algébrique des nombres complexes.</p>

<p><b>Équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants</b></p> <p>Équation différentielle <math>ay''+by'+cy = d(t)</math> où <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> sont des constantes réelles et <math>d</math> une fonction continue à valeurs réelles.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle.</li> <li>• Résoudre une équation différentielle du second ordre :             <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Déterminer la solution vérifiant des conditions initiales données :             <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> </ul>	<p>La fonction <math>d</math> est une fonction polynôme ou du type :</p> $t \mapsto e^{\alpha t} ;$ $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi) ;$ $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi) .$ <p>Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données.</p> <p>⇔ Résistance des matériaux, circuit électronique.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### Séries de Fourier

Le but de ce module est d'étudier et exploiter la décomposition de signaux périodiques en séries de Fourier. Ce module est à mener en liaison étroite avec les enseignements des autres disciplines : les séries de Fourier sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes vibratoires en électricité, en optique et en mécanique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Exemples de séries numériques</b></p> <p>Séries géométriques : convergence, somme.</p> <p>Séries de Riemann : convergence.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître une série géométrique et connaître la condition de convergence.</li> <li>• Connaître la condition de convergence d'une série de Riemann.</li> </ul>	<p>L'étude de ces deux exemples a pour objectifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– de familiariser les étudiants avec les « sommes infinies » et la notation <math>\Sigma</math> ;</li> <li>– d'introduire la notion de convergence et de somme d'une série numérique.</li> </ul> <p>Toute théorie générale sur les séries numériques est exclue.</p> <p>L'outil informatique est utilisé pour conjecturer les résultats concernant les séries de Riemann. Ces résultats sont admis.</p>
<p><b>Séries de Fourier</b></p> <p>Série de Fourier associée à une fonction <math>T</math>-périodique continue par morceaux sur <math>\mathbb{R}</math> :</p> $a_0 + \sum_{n \geq 1} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) .$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter graphiquement une fonction <math>T</math>-périodique continue par morceaux sur <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>• Exploiter la représentation graphique d'une fonction</li> </ul>	<p>En liaison avec les autres disciplines, on met en valeur le lien entre la notion de série de Fourier et l'étude des signaux : composantes d'un signal dans une fréquence donnée, reconstitution du signal à partir de ses composantes, spectre.</p> <p>On montre l'intérêt d'exploiter, dans le calcul intégral, les propriétés des</p>

<p>Cas d'une fonction paire, impaire.</p>	<p><math>T</math>-périodique affine par morceaux pour en déterminer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la périodicité ;</li> <li>- la parité ;</li> <li>- une expression sur une période ou une demi-période.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer les coefficients de Fourier d'une fonction :             <ul style="list-style-type: none"> <li>- à la main dans le cas d'un signal en créneau ;</li> <li>- à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> </ul>	<p>fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires.</p> <p>En complément, on traite à la main un exemple de calculs de coefficients de Fourier d'une fonction associée à un signal rampe pour faire comprendre les résultats fournis par les logiciels dans d'autres disciplines. C'est l'occasion de réinvestir les techniques de calcul intégral.</p> <p>En liaison avec les méthodes vues dans les autres disciplines, on montre qu'il peut être utile de se ramener à des fonctions paires ou impaires.</p>
<p>Convergence d'une série de Fourier lorsque <math>f</math> est de classe <math>C^1</math> par morceaux sur <math>\mathbb{R}</math> (conditions de Dirichlet).</p> <p>Formule de Parseval</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter à l'aide d'un logiciel une somme partielle d'une série de Fourier et la comparer à la fonction associée au signal étudié.</li> <li>• Savoir identifier parmi plusieurs développements proposés celui correspondant à une fonction donnée.</li> <li>• Calculer et comparer :             <ul style="list-style-type: none"> <li>- la valeur exacte de <math>\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt</math> ;</li> <li>- une valeur approchée de <math>\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt</math> à l'aide des coefficients de Fourier de <math>f</math>.</li> </ul> </li> </ul>	<p>L'utilisation de l'outil informatique permet de visualiser graphiquement la convergence de la série de Fourier.</p> <p>Aucune difficulté ne doit être soulevée sur la convergence des séries de Fourier. Dans les cas étudiés, les conditions de convergence sont toujours remplies.</p> <p>On met en relation la formule de Parseval et le calcul de la valeur efficace d'un signal.</p> <p>↔ Analyse harmonique d'un signal.</p>

## Transformation de Laplace

Dans ce module, on étudie et on exploite la transformation de Laplace en vue de déterminer les solutions causales d'une équation différentielle linéaire. Cette présentation est à mener en liaison étroite avec les enseignements des autres disciplines où la transformation de Laplace permet d'obtenir la réponse d'un système linéaire usuel à un signal d'entrée donné.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Transformation de Laplace</b></p> <p>Transformée de Laplace d'une fonction causale <math>f</math>.</p> <p>Transformée de Laplace des fonctions causales usuelles.</p> <p>Propriétés de la transformation de Laplace :                      – linéarité ;                      – effet d'une translation ou d'un changement d'échelle sur la variable ;                      – effet de la multiplication par <math>e^{-at}</math>.</p> <p>Théorème de la valeur initiale et théorème de la valeur finale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Représenter graphiquement une fonction causale donnée par une expression.</li> <li>● Déterminer une expression d'une fonction causale dont la représentation graphique est de type « créneau » ou « rampe ».</li> <li>● Déterminer la transformée de Laplace d'une fonction causale simple, dont les fonctions de type « créneau » et « rampe ».</li> <li>● Déterminer la fonction causale (original) dont la transformée de Laplace est donnée.</li> </ul>	<p>La théorie générale des intégrales impropres est hors programme.</p> <p>On se limite aux fonctions usuelles suivantes :  <math>t \mapsto U(t)</math> ;  <math>t \mapsto t^n U(t)</math> ;  <math>t \mapsto e^{at} U(t)</math> ;  <math>t \mapsto \sin(\omega t) U(t)</math> et <math>t \mapsto \cos(\omega t) U(t)</math>                      avec <math>U</math> la fonction unité, <math>n</math> un entier naturel, <math>a</math> et <math>\omega</math> deux réels.</p> <p>On se limite au cas où les fonctions données ou recherchées sont :                      – soit des combinaisons linéaires à coefficients réels de fonctions de la forme <math>t \mapsto U(t - \alpha)</math> et <math>t \mapsto tU(t - \alpha)</math> ;                      – soit de la forme <math>t \mapsto U(t - \alpha)e^{rt}</math> ;                      où <math>\alpha</math> est un nombre réel positif et <math>r</math> un réel.                      Dans les autres cas, le calcul est facilité par l'utilisation d'un logiciel.</p> <p>L'exploitation de situations issues des autres disciplines permet d'illustrer la pertinence de ce théorème.</p>
<p>Transformée de Laplace d'une dérivée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Exploiter la transformation de Laplace pour résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou 2 à coefficients constants.</li> </ul>	<p>Pour le second membre, on se limite au cas où les fonctions données ou recherchées sont :                      – soit des combinaisons linéaires à coefficients réels de fonctions de la forme <math>t \mapsto U(t - \alpha)</math> et <math>t \mapsto tU(t - \alpha)</math> ;                      – soit de la forme <math>t \mapsto U(t - \alpha)e^{rt}</math> ;                      où <math>\alpha</math> est un nombre réel positif et <math>r</math> un réel.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> Fonction de transfert d'un système linéaire. Application à la stabilité.</p>
<p>Transformée de Laplace d'une primitive.</p>		<p>En liaison avec les enseignements d'autres disciplines, on étudie un exemple d'équation différentielle de la forme</p> $a y'(t) + b y(t) + c \int_0^t y(s) ds = f(t)$ <p>où <math>a, b, c</math> sont des constantes réelles et <math>f</math> une fonction causale.</p>

### Transformation en z

Dans ce module, on se propose de familiariser les étudiants aux phénomènes discrets par la présentation de quelques signaux discrets et de leur transformation en z, en se limitant à des signaux causaux. Cette présentation sera complétée par l'étude de la réponse à des signaux discrets, de filtres numériques régis par une équation aux différences linéaires à coefficients constants. Le travail mené permet en particulier de s'interroger sur le passage du discret au continu et inversement, variant ainsi les approches des problèmes et les modes de résolution.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Transformation en z</b></p> <p>Notion de série entière d'une variable réelle. Développement en série entière des fonctions <math>t \mapsto e^t</math> et</p> $t \mapsto \frac{1}{1-t}.$		<p>L'étude de ces deux exemples a pour objectifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- de familiariser les étudiants avec les « sommes infinies » de fonctions et la notation <math>\Sigma</math> ;</li> <li>- d'introduire la notion de rayon de convergence et de somme d'une série entière.</li> </ul> <p>Toute théorie générale sur les séries entières est exclue.</p> <p>L'outil informatique est utilisé pour visualiser la convergence des sommes partielles. Les résultats mis en évidence sont admis.</p> <p>L'introduction des séries entières a pour seul but la présentation des résultats utiles à l'étude de la transformation en z.</p>
<p>Transformée en z d'un signal causal.</p> <p>Transformée en z des signaux causaux usuels.</p>		<p>On se limite aux signaux usuels suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>n \mapsto 1</math> ;</li> <li><math>n \mapsto d(n)</math> où <math>d(0) = 1</math> et <math>d(n) = 0</math> sinon ;</li> <li><math>n \mapsto n</math> ;</li> <li><math>n \mapsto n^2</math> ;</li> <li><math>n \mapsto a^n</math> avec <math>a</math> réel non nul.</li> </ul>
<p>Propriétés de la transformation en z :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- linéarité ;</li> <li>- effet de la multiplication par <math>a^n</math> avec <math>a</math> réel non nul ;</li> <li>- effet d'une translation sur la variable.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la transformée en z d'un signal causal à partir des signaux causaux usuels.</li> </ul>	<p>On évite tout excès de technicité dans les calculs. Dans le cadre de la résolution de problèmes, le calcul est facilité par l'utilisation d'un logiciel de calcul formel.</p>
<p>Équations récurrentes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer le signal causal (original) dont la transformée en z est donnée.</li> <li>• Exploiter la transformation en z pour la résolution d'équations récurrentes.</li> </ul>	<p>Dans la recherche de l'original, pour obtenir la décomposition en éléments simples, on donne des indications sur la méthode à utiliser ou si nécessaire, on utilise un logiciel de calcul formel.</p> <p>On résout des équations de la forme :</p> $ay(n) + by(n-1) + cy(n-2) = \alpha x(n) + \beta x(n-1)$ <p>ou</p> $ay(n+2) + by(n+1) + cy(n) = \alpha x(n+1) + \beta x(n)$ <p>où <math>a, b, c, \alpha, \beta</math> sont des nombres réels, <math>x</math> un signal causal discret connu et <math>y</math> est un signal causal discret inconnu.</p> <p>En liaison avec les enseignements d'autres disciplines, on montre sur un exemple simple comment une de ces équations s'interprète en termes de « dérivation discrète » ou d'« intégration discrète ».</p> <p>⇔ Traitement numérique obtenu par échantillonnage d'un signal analogique.</p>

### Statistique descriptive

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures. On s'attache, d'une part à étudier des situations issues de la technologie, d'autre part à relier cet enseignement à celui de l'économie et de la gestion.

L'objectif est de faire réfléchir sur des données réelles, variées et en grand nombre, issues par exemple des disciplines professionnelles ou de fichiers mis à disposition sur des sites institutionnels, de synthétiser l'information et de proposer des résumés numériques ou graphiques pertinents. L'utilisation de logiciels, notamment d'un tableur, et des calculatrices est nécessaire.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Série statistique à une variable</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour résumer et représenter des séries statistiques à une variable.</li> <li>• Interpréter les résultats obtenus pour une série statistique ou pour comparer deux séries statistiques.</li> <li>• Choisir des résumés numériques ou graphiques adaptés à une problématique.</li> </ul>	<p>Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– méthodes de représentation ;</li> <li>– caractéristiques de position (médiane, moyenne) ;</li> <li>– caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type).</li> </ul> <p>Aucun cours spécifique n'est donc attendu.</p> <p>L'utilisation des outils logiciels permet de faire réfléchir les étudiants à la pertinence de regroupements par classes lors du traitement statistique.</p>
<p><b>Série statistique à deux variables</b></p> <p>Nuage de points ; point moyen.</p> <p>Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour représenter une série statistique à deux variables et en déterminer un ajustement affine selon la méthode des moindres carrés.</li> <li>• Réaliser un ajustement se ramenant, par un changement de variable simple donné, à un ajustement affine.</li> <li>• Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler.</li> </ul>	<p>Pour l'ajustement affine, on distingue liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet.</p> <p>Pour la méthode des moindres carrés, on observe, à l'aide d'un logiciel, le caractère minimal de la somme des carrés des écarts.</p> <p>On fait observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, suivant l'utilisation de l'ajustement, à privilégier l'une des deux droites.</p>
<p>Coefficient de corrélation linéaire.</p>		<p>On utilise le coefficient de corrélation linéaire, obtenu à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice, pour comparer la qualité de deux ajustements.</p> <p>↔ Contrôle qualité, mesures physiques sur un système réel, droite de Henry, étude économique ou mercatique.</p>

## Probabilités 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Conditionnement et indépendance</b> Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation <math>P_A(B)</math>.</p> <p>Indépendance de deux événements.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée.</li> <li>• Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités.</li> <li>• Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.</li> <li>• Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements.</li> </ul>	<p>On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités.</p> <p>Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve.</p> <p>La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.</p> <p>⇔ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.</p>
<p><b>Exemple de loi discrète</b> Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simuler un schéma de Bernoulli.</li> <li>• Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale.</li> <li>• Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel.</li> <li>• Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.</li> </ul>	<p>Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire.</p> <p>On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.</p>
<p>Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.</li> </ul>	<p>Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.</p>

<p><b>Exemples de lois à densité</b></p> <p>Loi uniforme sur <math>[a, b]</math>.</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi uniforme.</p> <p>Loi normale d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme.</li> <li>• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.</li> <li>• Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale.</li> <li>• Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants :  <math>\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}</math>,  <math>\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}</math> et  <math>\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}</math>,                      lorsque <math>X</math> suit la loi normale d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>.</li> <li>• Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée.</li> </ul>	<p>Toute théorie générale des lois à densité est exclue.</p> <p>Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition.</p> <p>La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète.</p> <p>Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue.</p> <p>La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme.</p> <p>L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines.</p> <p>On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur <math>[0, 1]</math>.</p> <p>⇔ Maîtrise statistique des processus.</p> <p>Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique.</p> <p>Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles.</p> <p>Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.</p>
<p>Espérance et variance des lois de <math>aX + b</math>, <math>X + Y</math>, <math>X - Y</math> dans le cas où <math>X</math> et <math>Y</math> sont des variables aléatoires indépendantes.</p> <p>Théorème de la limite centrée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Savoir déterminer les paramètres des lois de <math>aX + b</math>, <math>X + Y</math> et <math>X - Y</math> dans le cas où <math>X</math> et <math>Y</math> sont des variables aléatoires indépendantes.</li> <li>• Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée.</li> </ul>	<p>Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue.</p> <p>Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis.</p> <p>Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de <math>n</math> variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale.</p>

## Probabilités 2

On approfondit dans ce module la connaissance des lois de probabilités en étudiant la loi exponentielle et la loi de Poisson, dans le contexte de processus aléatoires à temps continu. Une initiation aux processus aléatoires discrets permet d'élargir le champ d'étude des phénomènes aléatoires. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent de nombreuses situations, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements. L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, notamment pour la simulation et la mise en œuvre d'algorithmes.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Loi exponentielle</b></p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi exponentielle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter une simulation dans le cadre de la loi exponentielle.</li> <li>• Représenter graphiquement la loi exponentielle.</li> <li>• Calculer une probabilité dans le cadre de la loi exponentielle.</li> <li>• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.</li> </ul>	<p>On peut simuler la loi exponentielle à partir de la loi uniforme sur <math>[0, 1]</math>.</p> <p>⇒ Fiabilité, désintégration nucléaire.</p>
<p><b>Loi de Poisson</b></p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi de Poisson.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter graphiquement la loi de Poisson.</li> <li>• Calculer une probabilité dans le cadre de la loi de Poisson à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.</li> <li>• Interpréter l'espérance et l'écart type dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.</li> <li>• Déterminer le paramètre de la loi de Poisson approximant une loi binomiale donnée.</li> </ul>	<p>La loi de Poisson est introduite comme correspondant au nombre de réalisations observées, durant un intervalle de temps de longueur donnée, lorsque le temps d'attente entre deux réalisations est fourni par une loi exponentielle. La connaissance d'une expression explicite de la loi de Poisson n'est pas attendue.</p> <p>Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson ne sont pas exigibles. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique.</p> <p>⇒ Fiabilité, gestion de stocks ou de réseaux.</p>
<p><b>Exemples de processus aléatoires</b></p> <p>Graphe probabiliste à <math>N</math> sommets.</p> <p>Exemples de chaînes de Markov.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter un processus aléatoire simple par un graphe probabiliste.</li> <li>• Exploiter un graphe probabiliste pour calculer la probabilité d'un parcours donné.</li> <li>• Simuler un processus aléatoire simple.</li> <li>• Exploiter une simulation d'un processus aléatoire pour estimer une probabilité, une durée moyenne ou conjecturer un comportement asymptotique.</li> </ul>	<p>On étudie des marches aléatoires sur un graphe à quelques sommets.</p> <p>⇒ Pertinence d'une page web, gestion d'un réseau, fiabilité, étude génétique de populations, diffusion d'une épidémie.</p>

## Statistique inférentielle

La statistique inférentielle permet de développer les compétences des étudiants sur les méthodes et les raisonnements statistiques permettant d'induire, à partir de faits observés sur un échantillon, des propriétés de la population dont il est issu.

Il s'agit d'approfondir, à partir d'exemples, ce que sont les procédures de décision en univers aléatoire, ainsi que leur pertinence, dans la continuité des programmes de lycée. La validité d'une méthode statistique est liée à l'adéquation entre la réalité et le modèle la représentant ; aussi les situations artificielles sont à éviter et les exemples issus de la vie économique et sociale ou du domaine professionnel sont à privilégier, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines. Dans la continuité des programmes de lycée, on approfondit la prise de décision en formalisant la notion de test d'hypothèse et en se centrant sur la notion de risques d'erreur.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Estimation ponctuelle</b></p> <p>Estimation ponctuelle d'un paramètre.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Estimer ponctuellement une proportion, une moyenne ou un écart type d'une population à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel, à partir d'un échantillon.</li> </ul>	<p>La simulation d'échantillons permet de sensibiliser au choix de l'estimation de l'écart type de la population.</p>
<p><b>Tests d'hypothèse</b></p> <p>Tests bilatéraux et unilatéraux relatifs à :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- une proportion dans le cas d'une loi binomiale puis dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ;</li> <li>- une moyenne.</li> </ul> <p>Tests bilatéraux et unilatéraux de comparaison de deux proportions ou de deux moyennes dans le cadre de la loi normale.</p> <p>Risques d'erreur de première et de seconde espèce.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Déterminer la région de rejet de l'hypothèse nulle et énoncer la règle de décision.</li> <li>● Utiliser les tests bilatéraux et unilatéraux relatifs à une proportion ou à une moyenne ainsi qu'à la comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.</li> <li>● Analyser les risques d'erreur de première et de seconde espèce associés à la prise de décision.</li> </ul>	<p>On souligne le fait que la décision prise, rejet ou non, dépend des choix faits a priori par l'utilisateur : choix de l'hypothèse nulle, du type de test et du seuil de signification. Ces choix sont fournis à l'étudiant dans les cas délicats.</p> <p>On compare, à l'aide d'un algorithme ou de simulations, les différents seuils de signification et on met en évidence les risques d'erreur de première et de seconde espèce. La notion de puissance d'un test est abordée.</p>
		<p>En liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles ou les situations rencontrées en entreprise, on peut traiter quelques exemples d'autres procédures, par exemple test du khi deux ou test de Student.</p> <p>⇒ Maîtrise statistique des procédés.</p>
<p><b>Estimation par intervalle de confiance</b></p> <p>Intervalle de confiance d'une proportion et d'une moyenne.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Déterminer un intervalle de confiance à un niveau de confiance souhaité pour : <ul style="list-style-type: none"> <li>- une proportion, dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ;</li> <li>- une moyenne, dans le cas d'une loi normale quand l'écart type de la population est connu ou dans le cas de grands échantillons.</li> </ul> </li> <li>● Exploiter un intervalle de confiance.</li> <li>● Déterminer la taille nécessaire d'un échantillon pour estimer une proportion ou une moyenne avec une précision donnée.</li> </ul>	<p>On distingue confiance et probabilité :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- avant le tirage d'un échantillon, la procédure d'obtention de l'intervalle de confiance a une probabilité de 0,95 ou de 0,99 que cet intervalle contienne le paramètre inconnu ;</li> <li>- après le tirage, le paramètre est dans l'intervalle calculé avec une confiance de 95 % ou 99 %.</li> </ul> <p>La simulation permet de mieux comprendre la notion d'intervalle de confiance.</p> <p>⇒ Incertitude de mesure.</p>

## Fiabilité

Sous l'impulsion notamment du mouvement de la qualité, les méthodes statistiques sont aujourd'hui largement utilisées dans les milieux économique, social ou professionnel. Des procédures élaborées sont mises en œuvre dans le domaine de la fiabilité. Des logiciels spécialisés exécutent automatiquement les calculs, suivant les normes Afnor ou Iso.

L'objectif essentiel de ce module, au-delà de l'exécution des algorithmes ou des calculs correspondants, est d'amener les étudiants à prendre du recul vis-à-vis des méthodes utilisées. On évite les situations artificielles et on privilégie les exemples issus du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Vocabulaire de la fiabilité</b></p> <p>Variable aléatoire associée à la durée de vie.</p> <p>Fonctions de fiabilité et de défaillance.</p> <p>Taux d'avarie.</p> <p>Moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF).</p> <p><b>Loi exponentielle, loi de Weibull</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître le vocabulaire de la fiabilité et en effectuer une traduction mathématique.</li> <li>• Représenter des temps de bon fonctionnement à l'aide d'un logiciel.</li> <li>• À l'aide d'un logiciel, utiliser la régression linéaire pour ajuster une distribution observée à un modèle exponentiel ou de Weibull et estimer les paramètres de la loi correspondante.</li> <li>• Calculer et interpréter des probabilités de panne et la MTBF dans le cas d'une loi exponentielle ou de Weibull.</li> <li>• Calculer la périodicité d'une intervention fondée sur une fiabilité déterminée.</li> </ul>	<p>La MTBF est définie comme l'espérance de la durée de vie.</p> <p>Toutes les indications concernant le calcul des fréquences empiriques (méthode des rangs bruts, des rangs moyens, des rangs médians) sont fournies.</p> <p>On réinvestit les connaissances sur l'ajustement en se ramenant, selon un changement de variable indiqué, à un ajustement affine. Le problème de l'adéquation de données empiriques à un modèle et des tests correspondants est hors programme.</p> <p>Les coefficients permettant le calcul de la MTBF dans le cas de la loi de Weibull sont fournis.</p> <p>L'usage du papier semi-logarithmique ou du papier de Weibull n'est pas attendu du programme.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simuler une situation dans un contexte de fiabilité.</li> </ul>	<p>On fournit les formules permettant de simuler la loi exponentielle et la loi de Weibull.</p> <p>La simulation permet des prévisions de rentabilité ou de maintenance au-delà du simple calcul de la MTBF.</p>

## Plans d'expérience

La technique des plans d'expérience est devenue d'usage courant dans la mise en place des procédés industriels. Les enseignements professionnels font souvent référence à la méthode Taguchi.

En mathématiques, l'objectif de ce module est de montrer aux étudiants la nécessité de planifier les expériences et de leur permettre d'appréhender la démarche mise en œuvre afin d'obtenir une estimation optimale des paramètres inconnus, quand les mesures faites ont un caractère aléatoire.

On montre également l'importance du modèle *a priori*.

On évite les situations artificielles et on s'appuie sur des exemples issus du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements des disciplines correspondantes.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Plan factoriel</b> Actions principales, interactions, modèle polynomial.</p> <p>Coefficients du modèle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre en œuvre un plan d'expérience complet à deux ou à trois facteurs, chacun à deux niveaux.</li> <li>• Calculer l'effet d'un facteur.</li> <li>• Représenter graphiquement l'effet global d'un facteur.</li> </ul>	<p>L'utilisation des méthodes de l'algèbre linéaire est hors programme.</p> <p>En liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles, si le besoin apparaît, on peut aborder la notion de plan fractionnaire.</p> <p>On indique la méthode de construction de la matrice d'expérience selon l'ordre de l'algorithme de Yates : les coefficients du modèle sont les effets des facteurs, l'interaction entre deux facteurs étant un nouveau facteur.</p> <p>On peut aborder la notion d'isoréponse et son tracé à l'aide d'un logiciel informatique.</p>
<p><b>Estimation des coefficients du modèle par un intervalle de confiance</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer un intervalle de confiance de l'effet d'un facteur dans une situation relevant de la loi normale, l'écart type des mesures étant connu.</li> </ul>	<p>Sur des exemples simples, on peut montrer quelles sont les conditions pour que l'écart type puisse être estimé quand il est inconnu ; on peut alors être amené à introduire la notion de degré de liberté et à utiliser la loi de Student.</p>
<p><b>Test d'hypothèse relatif à un coefficient du modèle</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire un test d'hypothèse relatif à un effet dans une situation relevant de la loi normale, l'écart type des mesures étant connu.</li> </ul>	

## Configurations géométriques

L'objectif de ce module est double :

- renforcer la vision dans l'espace et les acquis sur les configurations géométriques de l'espace en étudiant des objets constitués de solides connus ;
- mobiliser les acquis sur les configurations géométriques du plan en étudiant des figures planes extraites des objets précédents ;
- sensibiliser les étudiants à différents types de repérage.

On veille tout particulièrement aux connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants en géométrie, tant dans le plan que dans l'espace. Les connaissances sont celles abordées en collège, en lycée professionnel ainsi qu'en seconde générale et technologique.

On prend appui sur des problèmes issus des enseignements scientifiques et technologiques. On utilise les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés par les disciplines technologiques et l'exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Configurations du plan et de l'espace</b></p> <p>Exemples de problèmes portant sur :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'analyse de la forme d'un objet de l'espace (par projection ou famille de sections planes) ;</li> <li>- la section d'un solide par un plan ;</li> <li>- la projection sur un plan ou sur une droite ;</li> <li>- l'intersection, le parallélisme, l'orthogonalité ;</li> <li>- les surfaces de révolution.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire et interpréter une représentation d'un objet constitué de solides usuels.</li> <li>• Représenter, identifier et étudier la section d'un solide par un plan dans un cas simple.</li> <li>• Isoler, représenter et étudier une figure plane extraite d'un solide.</li> <li>• Utiliser les acquis de géométrie pour :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- calculer la longueur d'un segment, la mesure d'un angle en degrés, l'aire d'une surface et le volume d'un solide ;</li> <li>- déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes.</li> </ul> </li> </ul>	<p>On étudie des problèmes portant sur des objets issus des autres enseignements et constitués des solides usuels suivants : le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide, le cylindre, le cône et la sphère.</p> <p>On emploie un logiciel de visualisation et de construction afin de favoriser la vision dans l'espace des étudiants.</p> <p>Sur un exemple, on peut aborder la notion de plan tangent à une surface.</p> <p>On réactive les connaissances de géométrie plane en s'appuyant sur des figures planes extraites des objets de l'espace étudiés.</p> <p>Sur un exemple, on peut découvrir la relation d'Al-Kashi ou les relations liant les sinus des angles, les longueurs des côtés et l'aire d'un triangle.</p> <p>⇒ Modélisation volumique.</p>
<p><b>Repérage d'un point</b></p> <p>Exemples de problèmes mettant en œuvre le repérage d'un point :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dans le plan (coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires) ;</li> <li>- dans l'espace (coordonnées cartésiennes, coordonnées cylindriques, coordonnées sphériques).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un système de repérage d'un point dans le cadre de la résolution d'un problème.</li> </ul>	<p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines pour justifier de la pertinence de l'emploi de systèmes de repérage variés.</p> <p>⇒ Cinématique.</p>

## Calcul vectoriel

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis de calcul vectoriel des années précédentes en tenant compte des connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants ;
- apporter des compléments de calcul vectoriel, qui peuvent être utiles pour étudier des situations rencontrées dans les autres enseignements.

On prend appui sur les enseignements scientifiques et technologiques qui fournissent un large éventail de problèmes. On utilise les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés par les disciplines technologiques et l'exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<b>Décomposition d'un vecteur dans une base du plan ou de l'espace</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Décomposer un vecteur dans une base et exploiter une telle décomposition.</li> </ul>	<p>On ne se limite pas au cadre de la géométrie repérée.</p> <p>⇔ Vecteur vitesse, force.</p>
<p><b>Barycentre</b></p> <p>Barycentre de deux points pondérés du plan ou de l'espace. Coordonnées dans un repère.</p> <p>Extension de la notion de barycentre à trois points pondérés.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire le barycentre de deux points pondérés.</li> <li>• Utiliser, sur des exemples simples liés aux enseignements technologiques, la notion de barycentre partiel.</li> </ul>	<p>On peut introduire la notion de barycentre en la reliant à l'équilibrage de masses ou à la moyenne pondérée. Selon les besoins, on étudie des réductions d'une somme de la forme <math>\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}</math> avec <math>\alpha + \beta \neq 0</math>.</p> <p>On fait remarquer que le barycentre de deux points distincts appartient à la droite définie par ces deux points.</p> <p>Sur des exemples issus des enseignements technologiques, on met en place le théorème du barycentre partiel.</p> <p>⇔ Centre d'inertie d'un assemblage de solides.</p>
<p><b>Produit scalaire</b></p> <p>Expressions du produit scalaire :                      – à l'aide d'une projection orthogonale ;                      – à l'aide des normes et d'un angle ;                      – à l'aide des coordonnées.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir l'expression du produit scalaire la plus adaptée en vue de la résolution d'un problème.</li> <li>• Calculer un angle ou une longueur à l'aide d'un produit scalaire.</li> </ul>	<p>On exploite des situations issues des domaines scientifiques et technologiques.</p> <p>On illustre en situation quelques propriétés du produit scalaire.</p> <p>⇔ Travail, puissance d'une force.</p>
<p><b>Produit vectoriel</b></p> <p>Orientation de l'espace.</p> <p>Produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace :                      – définition ;                      – calcul des coordonnées dans une base orthonormale directe ;                      – application à l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer une aire à l'aide d'un produit vectoriel.</li> </ul>	<p>La découverte du produit vectoriel, de ses propriétés et de ses applications est à mener en liaison étroite avec les autres enseignements.</p> <p>Les notions de vecteur glissant, de torseur et le produit mixte sont hors programme.</p> <p>⇔ Moment d'une force.</p>

## Représentation de l'espace

L'objectif de ce module est de favoriser l'aisance de l'étudiant dans le travail de création, d'analyse et de représentation des objets de l'espace et des scènes.

On mobilise, renforce et complète les acquis en géométrie dans l'espace, en veillant tout particulièrement aux connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants. Les connaissances mises en œuvre dans ce module sont celles abordées dans les programmes de collège, seconde générale et technologique, première et terminale STD2A.

Ce module est à mener en liaison étroite avec les enseignements technologiques qui offrent des situations riches et variées à étudier en mathématiques. On met à profit les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique du plan et de l'espace. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés dans ces enseignements et l'exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Représentation de l'espace en perspective</b></p> <p>Exemples de problèmes portant sur les codes perspectifs (perspective parallèle, perspective centrale) en lien avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'analyse de la forme d'un objet de l'espace (par projection ou famille de sections planes) ;</li> <li>- la section d'un solide par un plan ;</li> <li>- l'intersection, le parallélisme, l'orthogonalité ;</li> <li>- les surfaces de révolution ;</li> <li>- les coniques (vues comme section d'un demi-cône par un plan).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire et interpréter une représentation en perspective d'un objet constitué de solides usuels.</li> <li>• Représenter un objet ou une scène dans un cas simple :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- en perspective parallèle ;</li> <li>- en perspective centrale.</li> </ul> </li> <li>• Représenter en perspective ou en vraie grandeur, identifier et étudier la section d'un solide usuel par un plan dans un cas simple.</li> <li>• Isoler, représenter et étudier une figure plane extraite d'un solide.</li> </ul>	<p>On étudie des problèmes portant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- sur des objets issus des autres enseignements et constitués de solides usuels ;</li> <li>- sur des scènes composées de quelques objets et d'espaces vides. Les solides usuels sont : les prismes droits, la pyramide, le cylindre, le cône et la sphère.</li> </ul> <p>On peut aborder, sur un exemple, des solides platoniciens.</p> <p>On s'appuie sur la manipulation de solides et sur l'emploi de logiciels de visualisation et de construction. On renforce et complète alors les connaissances sur la translation, la rotation, les symétries et l'homothétie dans l'espace.</p> <p>On réactive les connaissances de géométrie plane en s'appuyant sur des figures planes extraites des objets de l'espace étudiés.</p>
<p><b>Repérage et calcul vectoriel</b></p> <p>Coordonnées d'un point dans un repère orthonormal de l'espace.</p> <p>Coordonnées d'un vecteur.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Repérer un point donné de l'espace.</li> </ul>	<p>On fait le lien avec l'affichage des coordonnées dans les logiciels de conception volumique, ainsi qu'avec le choix d'une couleur dans un logiciel de dessin.</p>
<p><b>Produit scalaire</b></p> <p>Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace.</p> <p>Applications du produit scalaire.</p> <p>Équation cartésienne d'un plan. Vecteur normal.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer le produit scalaire de deux vecteurs selon deux méthodes :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- analytiquement ;</li> <li>- à l'aide des normes et d'un angle.</li> </ul> </li> <li>• Calculer des angles ou des longueurs.</li> <li>• Déterminer une équation cartésienne d'un plan défini à partir d'un point et d'un vecteur normal.</li> </ul>	<p>On exploite des situations issues des domaines technologiques et artistiques.</p> <p>⇔ Modes de représentation, modélisation volumique, infographie.</p>

## Modélisation géométrique

Parmi les modèles mathématiques qui sont la base de la conception des courbes ou des surfaces en CAO et en CFAO (Conception, fabrication, assistées par ordinateur), le modèle de Bézier et celui des B-Splines sont les plus utilisés. L'étude de ces deux modèles, restreinte aux courbes du plan, est suffisante pour comprendre leur intérêt dans la conception interactive des formes.

Le modèle des courbes de Bézier est un outil générateur de l'ensemble de la forme désirée tandis que le modèle des courbes B-Splines réalise cette forme de manière locale.

Des présentations différentes, notamment pour les courbes de Bézier, permettront de dévoiler une partie de la « boîte noire » de ces modèles. L'appui sur des exemples de courbes de degré 2 ou 3 permet d'éviter toute complexité calculatoire, sans nuire aux utilisations réelles qui souvent concernent le degré 3.

L'objectif principal est la compréhension des liens entre ces modèles et la conception des formes. Il convient d'éviter les considérations théoriques hors de cet objectif et le lien entre le modèle des B-Splines et celui de Bézier est signalé sans justification.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Courbe de Bézier</b></p> <p>Modèle par vecteurs et contraintes.</p> <p>Modèle par points de contrôle et polynômes de Bernstein.</p> <p>Barycentre de deux points pondérés.</p>	<p>Déterminer un vecteur tangent en un point d'une courbe de Bézier.</p> <p>Étudier et construire une courbe de Bézier définie par vecteurs et contraintes.</p> <p>Définir, sous forme paramétrique une courbe de Bézier à partir des points de contrôle.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Étudier et construire une courbe de Bézier définies par des points de contrôle.</li> </ul>	<p>Le lien entre approche par vecteurs et contraintes d'une part et par points de contrôle d'autre part est explicité sur un exemple.</p> <p>En liaison avec les autres disciplines, il convient d'utiliser les outils informatiques pour mettre en évidence le rôle des points de contrôle dans la modification de la forme de la courbe.</p> <p>La formule donnant les polynômes de Bernstein n'est pas exigible.</p> <p>On limite à quatre le nombre de points de contrôle.</p> <p>On se limite à des coefficients compris entre 0 et 1.</p>
<p>Construction barycentrique d'un point de la courbe.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Construire un point de la courbe par barycentres successifs.</li> </ul>	<p>Le lien entre le modèle par points de contrôle et le point de vue barycentrique est admis. Cette présentation permet de développer un nouveau point de vue : tout point de la courbe est « attiré » par chacun des points de contrôle en proportion du « poids » qui lui est affecté.</p> <p>Des algorithmes associés à la construction géométrique par barycentres successifs peuvent être proposés.</p> <p>⇒ Conception de formes.</p>
<p><b>Courbe B-Spline</b></p> <p>Points de contrôle et polynômes de Riesenfeld (degré 2 ou 3).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Déterminer un polynôme de Riesenfeld à partir de la formule donnée.</li> <li>Étudier et construire des courbes B-Splines.</li> </ul>	<p>La formule donnant les polynômes de Riesenfeld n'est pas exigible.</p> <p>On traite un exemple de forme réalisée par jonction d'arcs de courbes ; on met en évidence le passage du modèle de Bézier qui déforme globalement l'arc à une utilisation où l'on peut modifier localement chaque arc.</p> <p>⇒ Conception de formes.</p>

## Nombres complexes

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place dans les classes de lycée. Les objectifs sont de mettre en œuvre et de compléter ces acquis, d'une part pour fournir des outils qui sont utilisés en électricité, en mécanique et en automatique, d'autre part pour mettre en évidence les interprétations géométriques et les interventions des nombres complexes en analyse : représentations géométriques associées, résolutions d'équations différentielles.

Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Forme algébrique et représentation géométrique</b></p> <p>Nombres <math>a + ib</math> avec <math>i^2 = -1</math>. Égalité, conjugué, somme, produit, quotient.</p> <p>Équations du second degré à coefficients réels.</p> <p>Représentation géométrique.</p> <p>Ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes, notamment à l'aide d'une calculatrice.</li> <li>• Résoudre une équation du second degré à coefficients réels.</li> <li>• Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur.</li> <li>• Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.</li> </ul>	<p>Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée.</p> <p>Dans les situations issues des enseignements technologiques, on emploie la notation <math>a + jb</math>.</p>
<p><b>Forme trigonométrique, forme exponentielle</b></p> <p>Module d'un nombre complexe, arguments d'un nombre complexe non nul.</p> <p>Forme exponentielle et forme trigonométrique d'un nombre complexe.</p> <p>Ensemble de points dont l'affixe <math>z</math> vérifie <math> z - a  = k</math> ou <math>\arg(z - a) = k</math>, où <math>a</math> désigne un nombre complexe et <math>k</math> un nombre réel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Passer de la forme trigonométrique à la forme algébrique et inversement.</li> <li>• Utiliser la forme la plus adaptée à la résolution d'un problème.</li> <li>• Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe <math>z</math> vérifie <math> z - a  = k</math> ou <math>\arg(z - a) = k</math>.</li> </ul>	<p>Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.</p> <p>On favorise l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique.</p>
<p><b>Transformations</b></p> <p>Exemples de transformations géométriques d'écritures complexes suivantes :  <math>z \mapsto z + b</math>, <math>z \mapsto az</math>, <math>z \mapsto \bar{z}</math>                      et <math>z \mapsto \frac{1}{z}</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, l'image d'un point ou d'une partie de droite par une transformation géométrique d'écriture complexe <math>z \mapsto az + b</math> ou à <math>z \mapsto \frac{az + b}{cz + d}</math>.</li> </ul>	<p>L'intention n'est pas de développer une dextérité sur ce sujet mais, à l'aide de la notion mathématique introduite, de donner du sens aux résultats obtenus par le logiciel.</p> <p>⇔ Diagrammes de Nyquist ou Bode en électronique.</p>

## Calcul matriciel

Ce module consiste en une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de phénomènes issus de la vie courante ou d'exemples concrets. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes.

On introduit le calcul matriciel sur des matrices d'ordre 2. Les calculs sur des matrices d'ordre 3 ou plus sont effectués à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Matrices</b></p> <p>Égalité de deux matrices. Matrice nulle, matrice identité.</p> <p>Calcul matriciel élémentaire : - addition ; - multiplication par un nombre réel ; - multiplication.</p> <p><b>Inverse d'une matrice</b></p> <p>Définition, existence éventuelle, unicité en cas d'existence.</p> <p>Commutativité d'une matrice inversible et de son inverse.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Effectuer des calculs matriciels à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, y compris le calcul d'une puissance d'une matrice.</li> <li>• Représenter puis traiter une situation simple à l'aide d'une écriture matricielle.</li> <li>• Montrer qu'une matrice est l'inverse d'une autre.</li> <li>• Déterminer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel l'inverse d'une matrice inversible.</li> <li>• Résoudre un système linéaire de <math>n</math> équations à <math>n</math> inconnues à l'aide d'une inversion de matrice.</li> </ul>	<p>Une matrice est introduite comme un tableau de nombres réels permettant de représenter une situation comportant plusieurs « entrées » et « sorties ».</p> <p>Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu. On signale le caractère associatif mais non commutatif de la multiplication.</p> <p>On peut notamment étudier des exemples de processus discrets, déterministes ou stochastiques, à l'aide de suites de matrices.</p> <p>La notion de déterminant n'est pas au programme. Aucune condition d'inversibilité d'une matrice n'est à connaître.</p> <p>On ne considère que le cas où le système est de Cramer, sans qu'aucune justification ne soit requise.</p> <p>⇒ Gestion d'un réseau, matrice d'inertie et changement de base en mécanique, processus aléatoires.</p>

## Arithmétique

Le programme concerne les notions les plus utiles à l'informatique. La numération est indispensable aux langages de bas niveau. L'arithmétique modulaire est utile à la cryptographie, aux corrections d'erreurs et plus généralement à de nombreux algorithmes.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Systèmes de numération</b></p> <p>Numération en bases 10, 2 et 16 des entiers et des réels. Conversions entre ces bases.</p> <p>Notions d'arrondi et de précision.</p> <p>Addition, soustraction, multiplication et division des entiers naturels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Passer de l'écriture d'un nombre dans une base à une autre.</li> <li>• Arrondir un entier ou un réel (par défaut, par excès, au plus près, etc.).</li> <li>• Se conformer à un nombre de chiffres significatifs.</li> <li>• Calculer à la main :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- des additions en bases 2 et 16 ;</li> <li>- des multiplications et des divisions par une puissance de deux, en base 2.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Les nombres négatifs sont précédés du signe moins (-), quelle que soit la base utilisée.</p> <p>On fait le lien entre le calcul binaire et le calcul booléen : les booléens sont alors 1 et 0, interprétés comme signifiant « il y en a, ou pas ».</p> <p>On se limite à des cas simples en base 10 et en base 2. On ne fait aucune théorie sur les calculs d'incertitude.</p>
<p><b>Arithmétique modulaire</b></p> <p>Division euclidienne : quotient, reste, existence, unicité. Nombres premiers, décomposition en produit de facteurs premiers, entiers premiers entre eux, PGCD de deux entiers.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Décomposer un entier naturel en produit de facteurs premiers et déterminer tous ses diviseurs.</li> <li>• Mettre en œuvre un algorithme :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- de recherche de nombres premiers ;</li> <li>- de décomposition en produit de facteurs premiers.</li> </ul> </li> </ul>	<p>On évite tout excès de technicité en s'efforçant d'utiliser des présentations concrètes.</p> <p>On se limite aux entiers naturels.</p> <p>Aucune technique n'est censée être connue.</p>
<p>Congruences. Compatibilité avec l'addition et la multiplication.</p> <p>Propriété : modulo <math>n</math>, les multiples de <math>a</math> sont les multiples de <math>\text{PGCD}(a, n)</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mener un calcul de congruence modulo <math>n</math>.</li> <li>• Parcourir une liste circulaire par sauts d'amplitude constante</li> </ul>	<p>On montre l'efficacité du langage des congruences.</p> <p>On note que le parcours n'est exhaustif que quand la longueur du saut et la taille de la liste sont des entiers premiers entre eux.</p>

## Algèbres de boole

### 1. Calcul des propositions et des prédicats

L'objectif est d'introduire quelques éléments de logique en liaison avec l'enseignement de l'informatique. Il s'agit d'une brève étude destinée à familiariser les étudiants à une pratique élémentaire du calcul portant sur des énoncés.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Calcul propositionnel</b></p> <p>Proposition, valeur de vérité.</p> <p>Connecteurs logiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- négation (non <math>P</math>, <math>\neg P</math>, <math>\overline{P}</math>);</li> <li>- conjonction (<math>P</math> et <math>Q</math>, <math>P \wedge Q</math>);</li> <li>- disjonction (<math>P</math> ou <math>Q</math>, <math>P \vee Q</math>);</li> <li>- implication;</li> <li>- équivalence.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traiter un exemple simple de calcul portant sur un énoncé.</li> <li>• Utiliser des connecteurs logiques pour exprimer une condition.</li> </ul>	<p>On dégage les propriétés fondamentales des opérations introduites, de manière à déboucher ensuite sur un exemple d'algèbre de Boole.</p> <p>En situation, on aborde les lois de Morgan.</p> <p>On se limite au cas où l'utilisation d'une table de vérité ou de propriétés élémentaires du calcul propositionnel permet de conclure sans excès de technicité.</p> <p>Cette capacité est également mise en œuvre en algorithmique.</p>
<p><b>Calcul des prédicats</b></p> <p>Variable, constante. Quantificateurs.</p> <p>Négation de <math>\forall x, p(x)</math> ; négation de <math>\exists x, p(x)</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Passer du langage courant au langage mathématique et inversement.</li> <li>• Exprimer, dans un cas simple, la négation d'un prédicat.</li> </ul>	<p>On se limite à des cas simples de prédicats portant sur une, deux ou trois variables.</p> <p>On met en valeur l'importance de l'ordre dans lequel deux quantificateurs interviennent.</p>

### 2. Langage ensembliste

Sans développer une théorie générale des ensembles, l'objectif est de consolider et de prolonger les acquis des étudiants sur les ensembles en liaison avec l'enseignement de l'informatique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Langage ensembliste</b></p> <p>Ensemble, appartenance, inclusion, ensemble vide.</p> <p>Ensemble <math>P(E)</math> des parties d'un ensemble <math>E</math>.</p> <p>Complémentaire d'une partie, intersection et réunion de deux parties.</p> <p>Ensemble des éléments <math>x</math> d'un ensemble <math>E</math> satisfaisant à une proposition <math>p(x)</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traiter un exemple simple de calcul portant sur des ensembles finis.</li> </ul>	<p>On dégage les propriétés fondamentales des opérations ainsi introduites, de manière à déboucher ensuite sur un exemple d'algèbre de Boole.</p> <p>En situation, on aborde les lois de Morgan.</p> <p>On interprète en termes ensemblistes l'implication, la conjonction et la disjonction de deux propositions, ainsi que la négation d'une proposition.</p>

**3. Calcul booléen**

Cette brève étude est à mener en coordination étroite avec l'enseignement de l'informatique. Il convient d'introduire la notion d'algèbre de Boole à partir des deux exemples précédents. Il s'agit essentiellement d'effectuer des calculs permettant de simplifier des expressions booléennes.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Calcul booléen</b></p> <p>Algèbre de Boole :                      – définition ;                      – propriétés des opérations, lois de Morgan.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mener des calculs portant sur des variables booléennes.</li> <li>• Simplifier une expression booléenne en utilisant :                      – un tableau de Karnaugh ;                      – les règles de calcul booléen.</li> <li>• Passer d'une situation donnée à une expression booléenne correspondante et inversement.</li> </ul>	<p>On adopte les notations usuelles <math>\bar{a}</math>, <math>a + b</math> et <math>ab</math>.</p> <p>On se limite à des cas simples, comportant au plus trois variables booléennes, pour lesquels on peut conclure sans excès de technicité.</p> <p>On signale l'intérêt des connecteurs non-ou (nor) et non-et (nand), ou exclusif oux (xor).</p>

**Éléments de la théorie des ensembles**

Ce module vient compléter, concernant les ensembles, celui relatif aux algèbres de Boole. Il développe les notions de produit cartésien, de relation et d'application en liaison avec les nombreuses utilisations qui en sont faites en informatique (codage, tri, compression, etc.).

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Éléments de la théorie des ensembles</b></p> <p>Produit cartésien de deux ensembles :                      – définition ;                      – cardinal de <math>E \times F</math> dans le cas où <math>E</math> et <math>F</math> sont finis.</p> <p>Relations binaires :                      – définition ;                      – propriétés ;                      – relations d'équivalence, relations d'ordre.</p> <p>Application <math>f</math> d'un ensemble <math>E</math> dans un ensemble <math>F</math> :                      – définition ;                      – image d'une partie <math>A</math> de <math>E</math> ;                      – image réciproque d'une partie <math>B</math> de <math>F</math>.</p> <p>Injection, surjection, bijection.</p> <p>Composition d'applications.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer et dénombrer les éléments du produit cartésien de deux ensembles finis.</li> <li>• Traiter un exemple où les contraintes se traduisent en termes de relation d'ordre ou d'équivalence.</li> <li>• Déterminer l'image ou l'image réciproque d'une partie finie par une application.</li> <li>• Traiter un exemple où les contraintes se traduisent en termes d'injection, de surjection ou de bijection.</li> <li>• Écrire une application sous forme de composée.</li> <li>• Traiter un exemple de composition d'applications toutes deux soit injectives, soit surjectives, soit bijectives.</li> </ul>	<p>Les exemples utilisés sont choisis principalement en liaison avec l'enseignement de l'informatique.</p> <p>On généralise au cas du produit cartésien de <math>n</math> ensembles finis.</p> <p>On évite un trop grand formalisme. On ne s'intéresse qu'aux utilisations en informatique.</p> <p>On attache plus d'importance à une caractérisation textuelle qu'à l'énoncé de prédicats.</p> <p>On souligne l'importance de la notion d'injection pour coder des informations.</p> <p>On souligne le fait que la composition d'applications n'est pas une opération commutative. On privilégie les situations issues des autres enseignements.</p>

## Graphes et ordonnancement

### 1. Graphes

L'objectif est d'introduire et de mettre en œuvre, dans des situations concrètes très élémentaires et sans théorie générale, des algorithmes permettant de résoudre les problèmes figurant dans la colonne « Capacités attendues ».

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Graphes</b></p> <p>Modes de représentation d'un graphe fini simple orienté : représentation géométrique, tableau des successeurs ou des prédécesseurs, matrice d'adjacence booléenne.</p> <p>Chemin d'un graphe : définition, longueur, circuit, boucle, chemin hamiltonien.</p> <p>Puissances entières et booléennes de la matrice d'adjacence.</p> <p>Fermeture transitive d'un graphe.</p> <p>Pour un graphe sans circuit : niveau d'un sommet, niveaux du graphe.</p> <p>Arborescence.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Passer d'un mode de représentation à un autre, pour un graphe donné.</li>   <li>• Obtenir et interpréter, pour une matrice d'adjacence <math>M</math> donnée, les coefficients : <ul style="list-style-type: none"> <li>– d'une puissance entière de <math>M</math> ;</li> <li>– d'une puissance booléenne de <math>M</math>.</li> </ul> </li> <li>• Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir les chemins de longueur <math>p</math> d'un graphe.</li> <li>• Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir la fermeture transitive d'un graphe.</li> <li>• Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir les niveaux dans un graphe sans circuit.</li> <li>• Représenter géométriquement un graphe en l'ordonnant par niveaux.</li> </ul>	<p>La définition d'un graphe fini simple orienté est limitée à la donnée d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'arcs.</p> <p>On considère uniquement le cas d'un graphe non valué (non pondéré). À partir d'exemples très élémentaires et sans introduire une théorie générale, on montre l'intérêt des méthodes matricielles mettant en œuvre l'addition et la multiplication booléennes des matrices d'adjacence.</p> <p>Il convient de savoir déterminer les niveaux, sans qu'aucune méthode ne soit imposée.</p> <p>La notion de connexité étant hors programme, on se limite à la présentation d'exemples simples d'arborescences à partir de leur représentation géométrique, sans recherche d'une caractérisation générale.</p>
<p>Chemin optimal en longueur.</p> <p>Graphe valué (pondéré) :  - définition ;  - chemin optimal en valeur.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir une optimisation d'un graphe : <ul style="list-style-type: none"> <li>- en longueur ;</li> <li>- en valeur (graphe valué).</li> </ul> </li> </ul>	<p>On observe l'importance du résultat : tout sous-chemin d'un chemin optimal est optimal.</p> <p>On fait une simple présentation des graphes valués, sans théorie particulière.</p>

## 2. Ordonnancement

L'objectif est double : sensibiliser l'étudiant aux problèmes d'ordonnancement et traiter manuellement un algorithme. Aucune justification théorique des algorithmes utilisés n'est au programme. On abordera MPM ou PERT. On s'attachera surtout à la compréhension des mécanismes. Et, les cas traités resteront suffisamment modestes pour que la rapidité ne soit pas un critère d'évaluation fondamental.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<b>Ordonnancement</b>  Ordonnancement : – méthode MPM ou méthode PERT, principe de représentation ; – dates au plus tôt, au plus tard ; – tâches et chemins critiques ; – marge totale, libre, certaine.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre un problème d'ordonnancement en mettant en œuvre la méthode des potentiels métra (MPM) ou la méthode PERT, et interpréter les résultats obtenus à travers les notions abordées.</li> <li>• Reconnaître une contrainte non incluse dans la modélisation et en tenir compte lors de l'interprétation.</li> </ul>	On présente quelques cas concrets simplifiés et on les interprète.  Aucune autre compétence théorique n'est requise.  On se limite à des cas très simples où l'interprétation ne soulève aucune difficulté théorique.

## Algorithmique appliquée

L'objectif de ce module est de construire des algorithmes, et de les programmer dans un langage informatique, dans le but de résoudre des problèmes de niveau raisonnable.

Les thématiques abordées lors de l'étude de ce module sont très ouvertes, mais l'objectif visé, à l'intérieur du processus de conception, est ciblé. On veille à ce que les situations proposées soient mathématiquement achevées. Alors qu'une solution, peut être décrite de manière très libre, textuelle ou graphique, par formules ou symboles, par l'exemple ou de manière inachevée, on s'attache ici à les exprimer en utilisant les outils algorithmiques usuels, pour les rendre directement convertibles et exécutables sur machine.

Afin de faciliter la compréhension des mécanismes et la détection d'éventuelles erreurs, il est impératif de concrétiser les algorithmes par l'emploi d'un langage de programmation et de conduire l'étudiant à réaliser des tests. La tâche inverse, consistant à comprendre un algorithme, présente également un grand intérêt pour l'assimilation des mécanismes et lors d'opérations de maintenance.

Les sujets empruntés à la vie courante peuvent être utilisés à chaque fois qu'ils permettent d'illustrer un mécanisme simple avec pertinence. Sinon, on préfère utiliser des sujets dérivés directement d'autres modules mathématiques et, avec un certain équilibre, des sujets associés à des thématiques informatiques (par exemple : codage, cryptage et décryptage, redondance de sécurité, tri itératif et tri récursif, parcours de graphes). Ces sujets peuvent être abordés afin d'illustrer des concepts fondamentaux d'algorithmique sans qu'aucune connaissance spécifique ne soit exigible de l'étudiant dans ces derniers domaines.

Ce module vise à développer les compétences spécifiques suivantes :

- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait ;
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ;
- concevoir un algorithme ;
- transcrire un algorithme dans un langage informatique ;
- s'interroger sur l'efficacité d'un algorithme.

Les contrôles d'exécution constituent le cœur des mécanismes algorithmiques de base. À ce titre, on attache un soin tout particulier à leur étude progressive mais détaillée. Leur maîtrise pratique est essentielle et les évaluations doivent être centrées sur eux.

Pour l'écriture des algorithmes, une représentation textuelle convenablement indentée avec des indicateurs de début et de fin explicites facilite la lecture. Pour aider à la compréhension, il est utile également d'indiquer un en-tête composé d'un nom, d'un rôle, de l'indication des données d'entrée et de sortie. Des commentaires sont ajoutés, notamment pour préciser le rôle des variables ou fournir des indications méthodologiques.

Un algorithme est indépendant de tout langage de programmation ; aussi aucun langage n'est imposé, mais il convient de s'assurer qu'il est accepté par le centre d'examen. On privilégie un langage de programmation simple d'utilisation et libre d'installation. L'existence d'une communauté d'utilisateurs et de bibliothèques facilite le développement.

La présentation linéaire du programme, avec une entrée par les contenus n'indique pas d'ordre dans sa mise en œuvre. Aussi les concepts fondamentaux (algorithme, finitude, modularité, identifiant, type, constante, variable,

fonction, procédure, expression numérique, expression conditionnelle et plus généralement booléenne, etc.) sont acquis par l'usage, sans faire appel à des définitions formelles préalables.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p><b>Types de données</b></p> <p>Types simples : entier naturel, entier relatif, réel, booléen.</p> <p>Chaîne de caractères.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître les modes de codage et gérer les différences entre données mathématiques et informatiques :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- domaine de valeurs ;</li> <li>- représentation exacte ou approchée, précision.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Il n'est pas nécessaire de connaître la représentation exacte des données en machine, notamment en ce qui concerne les flottants.</p> <p>On évite de considérer une chaîne comme un tableau de caractères.</p>
<p>Tableaux de données : - de type homogène à une ou deux dimensions ; - à deux dimensions dans lequel, soit les lignes soit les colonnes, peuvent être de types différents.</p> <p>Procédure et fonction : - paramètres d'entrée ; - valeur(s) retournée(s) par une fonction ; - variables globales ou locales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire un tableau.</li> <li>• Traiter les données d'un tableau :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- accéder à ses différents éléments en lecture et en écriture ;</li> <li>- traiter les éléments d'une ligne ou d'une colonne ;</li> <li>- copier un tableau.</li> </ul> </li> <li>• Gérer les transferts en entrée seule, en sortie seule, en entrée et sortie.</li> <li>• Utiliser les variables globales et locales.</li> </ul>	<p>On adapte la construction et l'exploitation de ces tableaux aux possibilités de l'outil informatique utilisé. Les structures de données et les objets ne sont pas au programme de mathématiques : ils figurent dans ceux des enseignements professionnels.</p> <p>Sans aborder la programmation objet, les concepts de modularité et d'interface doivent être connus.</p>
<p><b>Instructions élémentaires</b> Lecture, écriture. Affectation, affectation récursive.</p> <p><b>Opérateurs</b> Opérateurs numériques : addition, soustraction, multiplication, division, exponentiation, quotient et reste de la division entière, signe. Fonctions mathématiques usuelles.</p> <p>Opérateurs de comparaison : =, &lt;&gt; ou !=, &lt;, &lt;=, &gt;, &gt;=.</p> <p>Opérateurs booléens : non, et, ou, oux.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saisir une donnée depuis le clavier, manipuler les variables et afficher sur l'écran.</li> <li>• Gérer la chronologie des valeurs contenues dans les variables et produire la trace d'un algorithme.</li> <li>• Transformer une expression mathématique en expression numérique en ligne et réciproquement.</li> <li>• Traduire la condition (éventuellement composée) d'une itération (tant que / répéter jusqu'à ce que) ou d'une alternative (si) sous forme d'expression booléenne.</li> </ul>	<p>Les fichiers ne sont pas au programme de mathématiques. En standard, la mise en forme des affichages est limitée à l'utilisation de séparateurs et de changements de ligne. Sinon, les outils nécessaires sont fournis et décrits. La gestion des pointeurs n'est pas au programme.</p> <p>« Fonctions mathématiques usuelles » doit être entendu au sens informatique et inclure les fonctions d'arrondi, ainsi qu'un générateur de nombres pseudo-aléatoires uniforme dans un intervalle.</p> <p>On compare soit des valeurs numériques, soit des chaînes de caractères.</p>

<p>Opérateurs booléens bit à bit.</p> <p>Opérateur de chaînes : concaténation. Fonctions permettant l'extraction en début, milieu ou fin, la recherche d'un motif.</p> <p>Transtypage</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Appliquer des opérations booléennes sur les bits.</li> <li>• Construire et manipuler des chaînes et construire les messages affichés à l'écran.</li> <li>• Gérer les différents types de données et effectuer des conversions d'un type vers un autre.</li> </ul>	<p>On interprète notamment en termes de masque, de mise à un, de mise à zéro, de changement d'état.</p> <p>L'usage d'expressions régulières simples est possible, mais l'étude des expressions régulières est hors programme.</p> <p>D'autres instructions, fonctions ou procédures peuvent être introduites dans l'écriture d'algorithmes. Les descriptions sémantiques et syntaxiques précises sont alors mises à disposition de l'étudiant.</p>
<p><b>Structures de contrôle et d'exécution.</b> Exécution séquentielle. Exécution à structure conditionnelle (si-alors-sinon). Exécution à structure itérative (pour) et (tant que / répéter jusqu'à ce que).</p> <p>Construction des structures itératives : raisonnement par récurrence, initialisation, mise à jour itérative, calcul itératif, mise en forme finale.</p> <p>Symboles <math>\sum_{i=}</math> et <math>\prod_{i=}</math>, traduction algorithmique.</p> <p>Structures imbriquées</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre en œuvre ces structures.</li> <li>• Gérer une itération en distinguant la préparation, l'itération elle-même et la mise en forme finale.</li> <li>• Gérer une somme ou un produit d'un nombre variable d'opérandes dépendant d'un paramètre.</li> <li>• Gérer des structures imbriquées.</li> </ul>	<p>Afin d'en maîtriser le fonctionnement, les structures d'exécution sont elles-mêmes présentées sous forme d'algorithmes.</p> <p>Le raisonnement par récurrence n'a pas à être évalué pour des démonstrations. Il est introduit pour servir de base à une construction des itérations. Le calcul itératif est souvent récursif</p> <p>Généralement la variable affectée récursivement est initialisée à l'élément neutre de l'opération utilisée, avant d'entrer dans l'itération.</p> <p>On traite également des exemples où les éléments de contrôle des structures internes dépendent de ceux des structures externes. Le nombre d'imbrications n'est pas limité, sauf pour les itérations en dépendance, où on se limite à deux. On évite les excès de complexité, ainsi que les constructions ne correspondant pas à un besoin concret.</p>

<p>Récurtivité. Nécessité d'un test. Nécessité de cas particuliers résolus sans appel à la récursivité. Finitude.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traiter un produit matriciel.</li> <li>• Mettre en œuvre ou exploiter une fonction ou une procédure récursive simple.</li> </ul>	<p>La formule de calcul des coefficients d'un produit est donnée.</p> <p>On peut traiter des exemples de récursivité terminale, de conversion en algorithme non récursif, de récursivité non terminale.</p> <p>On ne présente pas de récursivité mutuelle entre plusieurs procédures.</p>
<p><b>Analyse d'algorithmes</b></p> <p>Notions de complexité temporelle et spatiale.</p> <p>Validation et débogage.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer un nombre minimal ou maximal d'opérations significatives ou la taille globale de données choisies.</li> <li>• Procéder à un suivi de variables par la production d'une trace ou l'utilisation de jeux d'essai pour le test d'un algorithme et la recherche d'erreur.</li> </ul>	<p>Ce paragraphe se veut être une simple sensibilisation aux notions de complexité, de correction, de recherche d'erreur et de finalité d'un algorithme.</p> <p>En cas d'évaluation portant sur l'un de ces thèmes, on apporte suffisamment d'indications pour limiter les prérequis.</p> <p>On présente des variantes produisant les mêmes résultats avec des complexités très différentes. Aucune connaissance théorique n'est exigible.</p> <p>On propose des algorithmes délibérément erronés dont les défauts sont repérés puis débogués. Selon le langage choisi, on peut montrer les fonctions permettant le suivi de variables, le débogage pas à pas.</p> <p>Afin de mieux sensibiliser à certains risques, on peut présenter des cas d'effets indésirables (effets de bord, évaluation partielle lors de calcul d'expressions booléennes, débordements ou approximations numériques, transtypage, utilisation d'indices hors domaine, etc.) et leurs conséquences spectaculaires. Aucune théorie n'est au programme.</p>
<p>Interprétation d'algorithmes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Savoir reconstituer le rôle d'un algorithme.</li> </ul>	<p>L'ajout d'une ou plusieurs procédures ou fonctions à un ensemble interdépendant peut constituer une excellente base.</p> <p>On se limite à des cas simples.</p>