Annexe II

CLASSE PRÉPARATOIRE ATS

OBJECTIFS DE FORMATION ET PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

I. OBJECTIFS DE FORMATION

1- Mission de la filière et acquis des étudiants

Les classes préparatoires ATS sont destinées aux étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT désireux de poursuivre leurs études dans une école d'ingénieurs. Depuis plusieurs années, les grandes écoles d'ingénieurs accueillent des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT. La plupart d'entre eux ont besoin d'un enseignement de réorientation pour suivre avec profit les études d'ingénieur. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.

Pendant leurs années d'étude en section de techniciens supérieurs ou en institut universitaire de technologie, les étudiants ont bénéficié d'une formation mathématique adaptée aux besoins de la spécialité professionnelle choisie. En ce qui concerne les titulaires d'un BTS, de loin les plus nombreux, cette formation mathématique adaptée s'insère dans une organisation de l'enseignement de la discipline valide pour toutes les sections. Les objectifs de formation sont définis comme suit :

- fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques ;
- contribuer au développement de la formation scientifique grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus ;
- développer des capacités personnelles : acquisition des méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression et des méthodes de représentation, emploi des moyens de documentation.

Le programme des sections de techniciens supérieurs est organisé en modules. Chaque module correspond à un champ mathématique précis et, éventuellement, à un niveau d'approfondissement. On distingue 19 champs, et dans chaque champ est défini un, deux ou trois niveaux d'approfondissement suivant le champ considéré. Le programme de chaque BTS indique les modules à enseigner.
Les étudiants fréquentant la filière ATS provenant de spécialités différentes ont donc suivi en mathématiques des formations différentes. L'heure d'aide au travail personnel prévue par la réglementation en vigueur doit être utilisée pour compléter la formation de certains étudiants provenant de sections dans lesquelles la formation mathématique est plus légère et pour consolider de façon différenciée les acquis de la majorité d'entre eux.

Compte tenu de la répartition des étudiants de la filière, on suppose *a priori*, pour l'organisation de l'enseignement, qu'ils ont suivi les enseignements correspondant aux modules suivants :

- nombres complexes 2 ;
- suites et séries numériques 2 ;
- fonctions d'une variable réelle 2 ;
- calcul différentiel et intégral 2 ;
- équations différentielles 1.

À la liste précédente, on aurait pu ajouter le module « calcul de probabilité 2 », mais ce champ de connaissance ne figure pas dans les programmes des classes préparatoires aux grandes écoles d'ingénieurs.
On peut également remarquer que beaucoup d'étudiants auront suivi les modules suivants :

- analyse spectrale : séries de Fourier ;
- analyse spectrale : transformée de Laplace ;
- fonctions de deux ou trois variables ;
- algèbre linéaire 2 ;
- statistique inférentielle 2
- courbes planes.

On remarque que la formation mathématique des titulaires de BTS est essentiellement tournée vers l'analyse. Dans les classes ATS, une grande attention devra donc être portée à l'enseignement de l'algèbre linéaire.

Dans la culture de ces étudiants, l'acquisition des concepts mathématiques s'est faite à partir de l'analyse de situations professionnelles. La démarche de la modélisation a été privilégiée. On fait des mathématiques d'abord pour résoudre des problèmes techniques. Comme il n'est pas possible dans les classes de techniciens supérieurs de proposer une théorisation achevée, on met l'accent sur une perception intuitive des concepts et le développement des applications, les résultats importants et difficiles à démontrer étant admis. Il y a dans la démarche décrite précédemment le risque de réduire les mathématiques à un catalogue de recettes que l'on applique sans connaître les tenants et les aboutissants. Les élèves sont souvent tentés d'y succomber.

2- Les objectifs généraux de formation

En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS. Travaux dirigés et exercices en classe ont un rôle important pour l'assimilation du cours. Il ne faut pas oublier que, dans les classes ATS, l'horaire est lourd et que le temps de travail personnel, pourtant indispensable, est limité.

La formation poursuit quatre objectifs :

(i) Initier au raisonnement mathématique, montrer la nécessité d'énoncés clairs et précis, de démonstrations rigoureuses, et faire prendre conscience du rôle joué dans l'élaboration du raisonnement par les idées fondatrices fournies par l'intuition. Le temps disponible étant court, il n'est pas possible sur tous les items du programme de développer la théorie complète. Certains résultats sont admis. On s'efforce d'en faire un commentaire intuitif et de développer les applications afin d'en montrer l'intérêt.

(ii) Montrer l'utilité de la modélisation ; en discerner les limites ; mettre en évidence les hypothèses faites, les concepts utilisés, la puissance des méthodes mises en œuvre ; interpréter et exploiter les résultats.

(iii) Mettre en interaction les différentes parties du programme de la classe, tant à l'intérieur de la discipline mathématique qu'entre les disciplines. Une coopération entre les enseignants de la classe est indispensable pour favoriser en travaux pratiques ou en travaux dirigés l'étude de problèmes nécessitant l'apport de plusieurs disciplines. Dans cette classe, il faut donc tout particulièrement développer l'interdisciplinarité et la coopération des enseignants scientifiques, les mathématiques fournissant des connaissances et des méthodes nécessaires aux sciences physiques et aux sciences industrielles. Une coordination entre les progressions des trois disciplines est vivement recommandée.

(iv) L'accent mis sur l'aspect appliqué des mathématiques ne doit pas aboutir à une vue totalement utilitariste de la discipline. Il convient de mettre aussi en valeur la démarche et le contenu culturel propres des mathématiques : montrer la génèse des concepts, leur développement autonome, leur évolution.

3- Architecture et contenu du programme

a) Objectifs du programme

Les contenus sont organisés autour de trois objectifs.

- Réaliser un bon équilibre entre l'algèbre linéaire et l'analyse. L'éclairage géométrique enrichit les concepts développés en analyse et en algèbre linéaire.
- Organiser les programmes autour de quelques notions essentielles, en écartant celles qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle. C'est dans cet esprit que l'accent a été mis sur la représentation des fonctions par des séries entières ou des séries de Fourier, mais qu'a été écartée du programme toute considération générale sur les suites et séries de fonctions.
- Donner un rôle très important aux travaux pratiques. Les thèmes indiqués précisent le champ des problèmes et phénomènes mathématiques à étudier en relation avec les concepts figurant au programme, ainsi que les méthodes et techniques usuelles exigibles des étudiants. Ces travaux pratiques sont en particulier l'occasion d'utiliser l'outil informatique (logiciel de calcul formel, logiciel graphique, calculatrice programmable).

b) Secteur de l'analyse et de ses interventions

La représentation des fonctions par des séries est au cœur du programme, mais on se limite au cas des séries entières et des séries de Fourier. En revanche, l'étude générale des intégrales dépendant d'un paramètre, et des transformations de Fourier et de Laplace est hors programme. Ces notions peuvent être rencontrées à l'occasion

de l'étude de problèmes, en liaison avec les sciences physiques et industrielles, mais ne font l'objet d'aucune connaissance exigible en mathématiques.
Le calcul différentiel tient aussi une place importante dans le secteur de l'analyse. Il doit être abordé en liaison étroite avec la géométrie, qui lui donne son éclairage et un domaine privilégié d'intervention.

c) Secteur de l'algèbre linéaire et de ses interventions

Le programme met en œuvre les méthodes de l'algèbre linéaire pour la résolution de problèmes issus, non seulement de l'algèbre, mais aussi de l'analyse et de la géométrie. Le programme est organisé autour de la réduction des endomorphismes et des matrices carrées. Pour cela sont développés l'étude des systèmes linéaires, les techniques du calcul matriciel et l'outil que constituent les déterminants.

d) Secteur de la géométrie et de ses interventions

Intégrée à l'analyse et à l'algèbre, la géométrie est présente dans l'ensemble du programme de mathématiques. En relation étroite avec les concepts propres aux sciences physiques et aux sciences industrielles, le programme valorise les interprétations cinématiques et dynamiques des concepts et des représentations de la géométrie.

4- Intégration de l'outil informatique

a) La démarche algorithmique

L'enseignement dispensé doit valoriser la démarche algorithmique ; le programme intègre la construction et la mise en forme d'algorithmes. Aucune connaissance sur la théorie des algorithmes, aucun résultat général sur leurs performances n'est exigible des étudiants. Leur mise en œuvre pratique se fait soit à l'aide du langage de programmation intégré au logiciel de calcul symbolique et formel, soit à l'aide des calculatrices programmables des étudiants.

b) Le calcul symbolique et formel

Les étudiants doivent être entraînés à l'utilisation en mathématiques du logiciel de calcul symbolique et formel pour la résolution de problèmes, la formulation de conjectures, ou la représentation graphique de résultats. L'utilisation de ce logiciel évite des calculs fastidieux, et permet l'étude de situations complexes hors de portée des techniques traditionnelles.

c) Emploi des calculatrices

Les étudiants doivent savoir utiliser une calculatrice programmable, qui permet de mettre en œuvre une partie des algorithmes du programme. Cette utilisation doit être mise en œuvre à l'occasion des travaux pratiques de mathématiques.

5- Conception et organisation de la formation

a) Organisation du travail de la classe

On ne saurait se borner à l'exposé, si parfait soit-il, de théories éventuellement suivies d'applications. Il convient au contraire de centrer l'enseignement autour de l'étude de phénomènes et de problèmes mathématiques, les concepts et les développements théoriques étant au service de cette étude. En particulier, il est essentiel que l'approfondissement théorique ne soit coupé ni des problématiques qui le sous-tendent, ni des secteurs d'intervention qui le mettent en jeu. Il fournit un éclairage nouveau sur des notions déjà vues dans les classes de techniciens supérieurs. Deux objectifs essentiels sont à poursuivre :
- Promouvoir l'acquisition de méthodes ; la classe est un lieu de découverte, d'exploitation de problématiques, un lieu de réflexion et de débat sur les démarches suivies, d'analyse des hypothèses d'un théorème et de la portée des concepts mis en jeu et des résultats obtenus. Elle est aussi un lieu d'élaboration de synthèses ayant pour triple objectif de dégager clairement les idées et méthodes essentielles, de préciser leur portée pour la résolution de problèmes et, inversement, d'analyser les principales méthodes dont on dispose pour étudier un type donné de problème. Dans cette perspective, les enseignements combinent de façon organique la formulation et l'analyse

de problèmes, l'élaboration de concepts, la présentation, la démonstration et la mise en œuvre de résultats, ainsi que la mise en valeur de méthodes.
- Développer les capacités de communication. La pertinence des indications écrites et orales données par le professeur et la qualité des échanges interpersonnels jouent ici un rôle essentiel : qualité d'écoute et d'expression orale (formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, ...), qualité de lecture et d'expression écrite (maîtrise du tableau, prise de notes, analyse d'un énoncé, mise au point de la rédaction d'un énoncé, ou d'un raisonnement, ...). La communication utilise des moyens diversifiés : non seulement le tableau dont la maîtrise est un élément important, mais aussi le rétroprojecteur et l'ordinateur connecté à un dispositif de vision collective approprié.

b) Organisation du travail personnel des étudiants

Les travaux effectués hors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, ont une importance capitale ; leurs fonctions sont diversifiées :
- L'étude du cours joue un rôle central. Son objectif est double ; connaître les concepts et résultats essentiels, qui sont souvent déjà présentés dans le cours des études de techniciens supérieurs (mais uniquement sous une forme empirique, en vue des applications), et maîtriser les méthodes d'étude de problèmes. L'étude du cours est donc indissociable de celle des problèmes.
- La résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude du cours, a pour fonction d'affermir les connaissances de base des étudiants et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples. La résolution de tels exercices n'est donc pas un objectif en soi, et tout excès de technicité doit être évité.
- L'étude de questions plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux étudiants d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances de manière coordonnée. Au sein d'une même classe, les thèmes d'étude peuvent être diversifiés, en fonction du projet de formation des étudiants. Il convient, à travers ces thèmes d'étude de privilégier l'interdisciplinarité, en partant, aussi souvent que possible, de problèmes réels rencontrés en sciences physiques ou en sciences industrielles.
- Les travaux individuels de rédaction en temps libre (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte, ...) visent essentiellement à développer les capacités d'expression écrite et de mise au point d'un raisonnement. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. Ces travaux de rédaction doivent donc être fréquents, mais leur longueur doit rester raisonnable. Leur contenu peut être diversifié en fonction du projet de formation des étudiants.
- Les épreuves écrites en temps limité ont pour objectif principal de préparer les étudiants aux épreuves écrites des concours. Les connaissances à mettre en œuvre dans ces épreuves ne doivent en aucun cas dépasser les exigences mentionnées par le programme. Il faut veiller, surtout en début d'année scolaire, à encourager les étudiants à persévérer, malgré d'inévitables échecs initiaux.

c) Évaluation et notation des étudiants

La communication des objectifs à atteindre et la mise en œuvre des formes diversifiées d'évaluation peuvent aider de manière efficace les étudiants à progresser, à se situer et à affiner un choix d'orientation.
La pertinence du calibrage de la notation constitue un objectif important ; ce calibrage doit être établi en relation avec les performances attendues des étudiants dans les épreuves de concours. Il convient d'éviter tant la surnotation, génératrice d'illusion, que la sousnotation, génératrice de découragement.

6- Interprétation et délimitation des programmes

Les connaissances et les capacités exigibles des étudiants sont indiquées avec précision dans le programme. Compte tenu des acquis mathématiques antérieurs des étudiants, il convient de considérer ce programme comme un bilan des connaissances et des méthodes qui doivent être acquises à l'issue de la classe ATS. Certains points, déjà étudiés et utilisés dans les études antérieures font seulement l'objet de rappels et d'une utilisation au cours des travaux pratiques. Il importe de souligner l'impérieuse nécessité de respecter les limites du programme, tant au niveau de l'enseignement qu'à celui de l'évaluation.
Les étudiants doivent connaître les définitions et les énoncés des théorèmes figurant au programme, savoir analyser la portée des hypothèses et des résultats, et savoir mobiliser leurs connaissances pour l'étude de problèmes. Les démonstrations qui sont utiles à une bonne compréhension du cours sont au programme. En

revanche, certains résultats puissants utiles aux sciences de l'ingénieur sont admis ; ils sont clairement identifiés dans le programme.
Il convient de respecter strictement les indications du programme rappelées ci-dessous :
– Une démonstration ou un savoir-faire non exigible ne peut faire l'objet d'une évaluation.
– Aucun développement ne doit être donné aux notions figurant au programme lorsqu'elles sont uniquement repérées par la locution « définition de $\cdots$ » ; seule cette définition est alors exigible des étudiants.

II. PROGRAMME

Le programme de classe préparatoire ATS est organisé en trois parties. Dans une première partie figurent les notions et les objets qui doivent être étudiés dès le début de l'année scolaire. Il s'agit essentiellement, en partant du programme des classes de Terminale STI ou STL et en s'appuyant sur les connaissances préalables des étudiants, en particulier celles acquises dans l'étude des programmes des classes de techniciens supérieurs, de donner les bases mathématiques utiles aux autres disciplines scientifiques (physique, chimie, sciences industrielles). Ces objets seront considérés comme définitivement acquis et il n'y aura pas lieu de reprendre ensuite leur étude dans le cours de mathématiques.
Les deuxième et troisième parties correspondent à un découpage classique entre l'analyse et ses applications géométriques d'une part, l'algèbre d'autre part.

PROGRAMME DE DÉBUT D'ANNÉE

Ce programme de début d'année est aussi l'occasion pour les étudiants de revoir en situation des connaissances élémentaires, supposées acquises tout au long de leur scolarité, concernant notamment les propriétés des entiers. À cette occasion, on mettra en évidence les différentes formes de raisonnement et en particulier le raisonnement par récurrence

I. NOMBRES COMPLEXES ET GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE

1- Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les notions sur les nombres complexes déjà abordées en classe de Terminale. Le programme combine l'étude du corps des nombres complexes et de l'exponentielle complexe avec les applications des nombres complexes aux équations algébriques, à la trigonométrie et à la géométrie.

Il est souvent commode d'identifier **C** *au plan euclidien notamment pour les problèmes d'origine géométrique, ce qui permet d'exploiter le langage de la géométrie pour l'étude des nombres complexes et, inversement, d'utiliser les nombres complexes pour traiter certaines questions de géométrie plane. En particulier, les étudiants doivent savoir interpréter à l'aide des nombres complexes les notions suivantes de la géométrie euclidienne plane : calcul vectoriel, barycentre, alignement, orthogonalité distance, mesure d'angle.*

a) Corps C des nombres complexes

Corps **C** des nombres complexes. Parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe, conjugaison dans **C**.	La construction du corps **C** n'est pas exigible des étudiants. Notations $\mathrm{Re}z$, $\mathrm{Im}\, z$, $\bar{z}$.
Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur ; image d'un nombre complexe.	Interprétation géométrique des transformations $z \mapsto \bar{z}$, $z \mapsto z+b$.
Module d'un nombre complexe, module d'un produit, d'un quotient. Inégalité triangulaire ; interprétation en termes de distances.	Notation $\lvert z\rvert$; relation $\lvert z\rvert^2 = \bar{z}z$. Interprétation géométrique de $\lvert z\rvert$, de $\lvert z-a\rvert$; disque ouvert (fermé) de centre a.

b) Ensemble des nombres complexes de module 1

Définition de $e^{i\theta}$, relations d'Euler.
Propriétés de l'application $\theta \mapsto e^{i\theta}$ de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{U}$. Formule de Moivre.

Par définition, $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ où $\theta \in \mathbf{R}$. La dérivabilité et les variations des fonctions cosinus, sinus et tangente sont supposées connues, ainsi que leurs formules d'addition.

Linéarisation et factorisation d'expressions trigonométriques.

Les étudiants doivent connaître les formules donnant $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$, $\tan(a+b)$, $\cos 2x$, $\sin 2x$, $\tan 2x$. Ils doivent savoir exprimer $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ et $e^{i\theta}$ à l'aide de $\tan\frac{\theta}{2}$ et relier ces formules à la représentation paramétrique rationnelle du cercle trigonométrique privé de -1.

Arguments d'un nombre complexe. Écriture d'un nombre complexe $z \neq 0$ sous la forme $\rho e^{i\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbf{R}$ (forme trigonométrique).

Racines n-ièmes de l'unité. Résolution de l'équation $z^n = a$.

c) Exponentielle complexe

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe :

$$e^z = e^x e^{iy} \quad \text{où} \quad z = x + iy.$$

Propriétés.

La dérivabilité et les variations de la fonction exponentielle réelle sont supposées connues, ainsi que son équation fonctionnelle.

d) Nombres complexes et géométrie plane

Interprétation des transformations :

$$z \mapsto z + b,\ z \mapsto az,\ z \mapsto \frac{1}{z},\ z \mapsto \overline{z}.$$

Interprétation du module et de l'argument de $\dfrac{z-a}{z-b}$.

Les étudiants doivent savoir interpréter à l'aide des nombres complexes les notions suivantes de la géométrie euclidienne plane : distance, mesure d'angle, barycentre, alignement, orthogonalité.
Aucune connaissance n'est exigible sur les similitudes du plan.

2- Géométrie élémentaire du plan

À l'issue des sections de techniciens supérieurs, les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points. Ils connaissent en particulier la façon d'associer à deux points A et B le vecteur $\overrightarrow{AB}$, ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient de faire constater que l'ensemble des vecteurs du plan est muni d'une structure de plan vectoriel (réel), défini comme espace vectoriel sur $\mathbf{R}$ dont tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Toute théorie générale des espaces vectoriels est exclue à ce stade.
Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles.
La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à $\mathbf{R}^2$ ou à $\mathbf{C}$.

a) Modes de repérage dans le plan

Repère cartésien du plan, coordonnées cartésiennes.

Repère orthonormal direct, changement de repère.

Les formules de changement de repère sont à connaître, uniquement dans le cas où les deux repères sont orthonormaux directs.

Coordonnées polaires d'un point du plan supposé muni d'un repère orthonormal.

Le repère orthonormal identifie le plan à $\mathbf{C}$.

ATS

Repère polaire $(\vec{u}, \vec{v})$ du plan euclidien $\mathbf{R}^2$ défini, pour tout nombre réel θ, par :

$$\vec{u}(\theta) = \cos\theta\ \vec{e_1} + \sin\theta\ \vec{e_2},$$
$$\vec{v}(\theta) = -\sin\theta\ \vec{e_1} + \cos\theta\ \vec{e_2}$$

où $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ est la base canonique de $\mathbf{R}^2$.

Identification $\vec{u} = e^{i\theta}$, $\vec{v} = ie^{i\theta}$.

b) Produit scalaire

Définition géométrique du produit scalaire. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v}),$$

et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ sinon.

Interprétation en terme de projection.

Bilinéarité, symétrie, expression en base orthonormale.

Expression analytique de l'image d'un vecteur par une rotation d'angle θ.

Au moment de l'étude des matrices on donnera la matrice d'une rotation vectorielle.

c) Déterminant

Définition géométrique du déterminant. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v}),$$

et $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ sinon.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Bilinéarité, antisymétrie, expression en base orthonormale directe.

Dans $\mathbf{C}$, interprétation de $\operatorname{Im}(\bar{a}b)$ comme déterminant des vecteurs associés à a et b. Interprétation géométrique de $|\det(\vec{u}, \vec{v})|$ comme aire du parallélogramme construit sur $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

d) Droites

Applications du déterminant à la colinéarité de deux vecteurs, l'alignement de trois points.
Paramétrage et équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, par un point et un vecteur normal.

Intersection de deux droites.

Distance à une droite, équation normale d'une droite.

Équation polaire d'une droite.

e) Cercles

Équation cartésienne d'un cercle. Intersection d'un cercle et d'une droite.

Caractérisation d'un cercle de diamètre $[AB]$ par l'équation $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Intersection de deux cercles. Équation polaire d'un cercle passant par O.

3- Géométrie élémentaire de l'espace

À l'issue des sections de techniciens supérieurs, les étudiants connaissent l'espace géométrique euclidien (de dimension 3) en tant qu'ensemble de points. Ils connaissent en particulier la façon d'associer à deux points A et B le vecteur $\overrightarrow{AB}$, ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient de faire constater que l'ensemble des vecteurs de l'espace est muni d'une structure d'espace vectoriel (réel) de dimension 3, défini comme espace vectoriel sur $\mathbf{R}$ dont tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de trois vecteurs indépendants. Toute théorie générale des espaces vectoriels est exclue à ce stade.

ATS

Dans l'espace, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. On ne soulèvera aucune difficulté théorique sur les notions de vecteur, de base, d'angle ou de norme.
La donnée d'un repère orthonormal identifie l'espace à $\mathbf{R}^3$.

a) Modes de repérage dans l'espace

Coordonnées cartésiennes, cylindriques, sphériques.

Pour les coordonnées sphériques, on convient de noter θ la colatitude, mesure dans $[0,\pi]$ de l'angle entre Oz et OM.

b) Produit scalaire

Définition géométrique du produit scalaire. Bilinéarité, symétrie, expression en base orthonormale.

Expression de la distance de deux points dans un repère orthonormal.

c) Produit vectoriel

Définition géométrique du produit vectoriel de deux vecteurs. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls, le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur de norme $\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin(\vec{u},\vec{v})$ directement orthogonal à $(\vec{u},\vec{v})$; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.
Notations $\vec{u}\wedge\vec{v}$ ou $\vec{u}\times\vec{v}$.

La notion d'orientation de l'espace est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe. Il convient de donner les conventions physiques usuelles.
Interprétation de $\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|$ comme aire du parallélogramme construit sur $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Bilinéarité, antisymétrie. Expression dans un repère orthonormal direct. Condition de colinéarité de deux vecteurs.

L'application $\vec{v}\mapsto\vec{u}\times\vec{v}$ est linéaire comme composée de trois applications linéaires (projection, rotation d'angle droit, homothétie).

d) Déterminant ou produit mixte

Définition du produit mixte (ou déterminant) de trois vecteurs :

$$\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u}\wedge\vec{v})\cdot\vec{w}.$$

Trilinéarité, antisymétrie. Expression en repère orthonormal direct. Condition pour que trois vecteurs soient coplanaires.

Interprétation de $|\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})|$ comme volume du parallélépipède construit sur $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

e) Droites et plans

Paramétrage d'une droite définie par un point et un vecteur directeur, deux points distincts, deux plans sécants.
Équation d'un plan défini par un point et deux vecteurs indépendants, un point et un vecteur normal, trois points non alignés. Équation normale d'un plan ; distance à un plan.

Intersections de droites et de plans.

Distance d'un point à une droite.

Distance de deux droites ; perpendiculaire commune.

f) Sphères

Équation cartésienne d'une sphère en repère orthonormal.
Intersection d'une sphère et d'une droite, d'une sphère et d'un plan.

ATS

II. FONCTIONS USUELLES ET ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

Les propriétés élémentaires liées à la dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle sont supposées connues. Les dérivées des fonctions circulaires réciproques seront déterminées en admettant le théorème sur la dérivabilité d'une fonction réciproque.

1- Fonctions usuelles

Les propriétés des fonctions polynomiales et rationnelles et des fonctions exp, *(sur* $\mathbf{R}$*)*, ln, cos, sin *sont rappelées sans démonstration.*

a) Fonctions exponentielles, logarithmes, puissances

Fonctions exponentielles réelles, fonctions logarithmes. Fonctions puissances. Croissances comparées de ces fonctions.	Les étudiants doivent savoir dériver une fonction de la forme $x \mapsto u(x)^{v(x)}$.
Fonctions hyperboliques ch, sh et th.	En ce qui concerne la trigonométrie hyperbolique, la seule formule exigible des étudiants est la relation $\mathrm{ch}^2 t - \mathrm{sh}^2 t = 1$ et son interprétation géométrique.
Dérivées, variations et représentations graphiques des fonctions hyperboliques.	Les fonctions hyperboliques réciproques ne sont pas exigibles.

b) Fonctions circulaires

Fonctions circulaires cos, sin et tan. Fonctions circulaires réciproques arc sin, arc cos, arc tan.	Les étudiants doivent connaître les dérivées, les variations et les représentations graphiques des fonctions circulaires directes et réciproques.

c) Fonction exponentielle complexe

Dérivation de $t \mapsto e^{at}$ où $a \in \mathbf{C}$; dérivation de $t \mapsto e^{\varphi(t)}$, où φ est à valeurs complexes.	La dérivée d'une fonction à valeurs complexes est définie par dérivation des parties réelle et imaginaire.

2- Équations différentielles linéaires

Il convient ici de rappeler la notion de primitive et d'admettre le théorème fondamental la reliant à la notion d'intégrale. Toute théorie générale de l'intégration est exclue à ce stade.

L'objectif, très modeste, est d'étudier les équations différentielles linéaires du premier ordre et les équations linéaires du second ordre à coefficients constants.
Il convient de relier cette étude à l'enseignement des autres disciplines scientifiques (systèmes mécaniques ou électriques gouvernés par une loi d'évolution et une condition initiale, traitement du signal). Il convient d'étudier le comportement du signal de sortie associé à différents types de signaux d'entrée (échelon unité, créneau, exponentielle réelle ou circulaire) et de dégager la signification de certains paramètres ou comportements : stabilité, régime permanent, oscilllation, amortissement, fréquences propres, résonance. Dans le cadre de tels problèmes, on peut être amené à étendre la notion de solution (fonction C^1 *ou* C^2 *par morceaux) mais, en mathématiques, aucune connaissance sur ce point n'est exigible des étudiants.*

a) Équations linéaires du premier ordre

Équation $y' + a(t)y = b(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes. Équation sans second membre associée. Méthode de variation de la constante.	Conséquences de la linéarité de l'équation : structure de l'ensemble des solutions ; la solution générale de l'équation avec second membre est somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation sans second membre ; principe de superposition lorsque $b = b_1 + b_2$.

Existence et unicité de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée. Droite vectorielle des solutions de l'équation sans second membre associée.

Résultat admis.

b) Équations linéaires du second ordre à coefficients constants

Équation $ay'' + by' + cy = f(t)$, où a, b, c sont des nombres complexes, $a \neq 0$, et f une somme de fonctions de type $t \mapsto e^{\alpha t} P(t)$, où $\alpha \in \mathbf{C}$ et $P \in \mathbf{C}[X]$.
Équation sans second membre associée.

Conséquences de la linéarité de l'équation : structure de l'ensemble des solutions ; la solution générale de l'équation avec second membre est somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation sans second membre ; principe de superposition lorsque $f = f_1 + f_2$.

Existence et unicité de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée. Plan vectoriel des solutions de l'équation sans second membre associée.

Résultat admis.

3- Courbes paramétrées. Coniques

On adopte ici le point de vue suivant. Par définition, la fonction vectorielle f tend vers le vecteur l si $\|f - l\|$ tend vers zéro ; cela équivaut au fait que les fonctions coordonnées de f tendent vers les coordonnées de l.

a) Courbes planes paramétrées

Dérivation de $(f|g)$, $\|f\|$, $\det(f, g)$ lorsque f et g sont deux fonctions $\mathcal{C}^1$ à valeurs dans $\mathbf{R}^2$.

Courbe définie par une représentation paramétrique de classe $\mathcal{C}^k$

$$t \mapsto \overrightarrow{OM}(t) = f(t).$$

Point régulier, tangente en un point régulier.

La classification des points de rebroussement, l'étude des points d'inflexion sont hors programme.

Cas particulier de la représentation polaire $\theta \mapsto \rho(\theta)$ où ρ est de classe $\mathcal{C}^k$ et à valeurs réelles. Expression dans le repère polaire de vecteurs directeurs de la tangente et de la normale.

Les seules connaissances spécifiques exigibles des étudiants concernant les courbes définies par une équation polaire sont celles indiquées ci-contre.

Équation polaire d'une droite ne passant pas par O, d'un cercle passant par O.

Interprétation cinématique : mouvement d'un point mobile, trajectoire, vitesse, accélération.

b) Coniques

Dans le plan, lignes de niveau de $\dfrac{MF}{MH}$; définition par excentricité, foyer et directrice d'une parabole, d'une ellipse, d'une hyperbole. Équations réduites, centres, sommets, foyers. Asymptotes d'une hyperbole.

Énoncé, sans démonstration, de la caractérisation des ellipses et des hyperboles à l'aide des lignes de niveau de $MF + MF'$ et de $|MF - MF'|$ (définition bifocale).

Équation polaire d'une conique dont l'origine est un foyer.

Détermination, en coordonnées cartésiennes, des tangentes à une conique.

Image d'un cercle par une affinité orthogonale.

Projection orthogonale d'un cercle de l'espace sur un plan.

ATS

ANALYSE ET GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

Le programme d'analyse est organisé autour des fonctions de une ou plusieurs variables réelles, et de leurs interventions en calcul différentiel et intégral. L'essentiel est que les étudiants sachent mettre en œuvre et utiliser les techniques de base de l'analyse, déjà abordées dans les études antérieures (encadrement, passage à la limite, approximation).
L'accent est mis sur l'expression des fonctions comme somme d'une série entière ou d'une série de Fourier. Il convient de noter toutefois qu'aucune notion générale n'est au programme sur les suites et les séries de fonctions et leurs modes de convergence.

Les problèmes et les méthodes numériques doivent tenir une large place, non seulement en analyse, mais aussi en algèbre et en géométrie, à un double titre :
– illustration de la portée des résultats et des concepts, et, en retour, motivation pour leur étude ;
– recherche et mise en forme d'algorithmes, et comparaison expérimentale de leurs performances.
Les aspects numériques sont donc étroitement associés aux problèmes mathématiques dont ils relèvent ; en particulier les thèmes d'activités numériques et algorithmiques sont repérés par le signe §.

I. SUITES RÉELLES OU COMPLEXES

L'objectif principal est l'étude du comportement global et asymptotique d'une suite donnée, en relation avec la description de phénomènes discrets.
Pour la notion de limite d'une suite (u_n) réelle ou complexe, on adopte les définitions suivantes :
- Étant donné un nombre réel ou complexe ℓ, on dit que la suite $u = (u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ a pour limite ℓ si pour tout nombre réel $\varepsilon > 0$, il existe un entier $N \in \mathbf{N}$ tel que la relation $|u_n - \ell| \leqslant \varepsilon$ soit vraie pour tout $n \geqslant N$. Le nombre ℓ est alors unique et on écrit $\ell = \lim(u)$ ou $\ell = \lim(u_n)$ ou $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} u_n$, ou encore $u_n \longrightarrow \ell$. Lorsqu'un tel nombre existe, on dit que la suite (u_n) est convergente.
- On définit de manière analogue, pour une suite réelle, la notion de limite infinie lorsque ℓ est remplacé par $+\infty$ ou $-\infty$.

1- Nombres réels

Il est souvent commode d'identifier la droite euclidienne munie d'une base orthonormale au $\mathbf{R}$-espace vectoriel $\mathbf{R}$, ce qui permet d'exploiter le langage de la géométrie pour l'étude des nombres réels.
La notion de corps totalement ordonné est hors programme.

Corps $\mathbf{R}$ des nombres réels ; relation d'ordre, compatibilité avec l'addition, la multiplication.	La construction du corps des nombres réels est hors programme.
Valeur absolue d'un nombre réel, distance de deux points, valeur absolue d'un produit, d'un quotient.	
Inégalité triangulaire $$\big||x|-|y|\big| \leqslant |x+y| \leqslant |x|+|y|.$$ Interprétation en termes de distances.	Les étudiants doivent savoir utiliser ces inégalités pour majorer ou minorer le module d'une somme.
Définition des intervalles de $\mathbf{R}$.	
Définition d'un majorant, d'un minorant, du plus grand élément et du plus petit élément d'une partie.	
Partie entière d'un nombre réel. Valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} ; approximation par défaut, par excès.	La notion de développement décimal illimité est hors programme.

ATS

2- Suites de nombres réels ou complexes

a) Définitions

Définition d'une suite de nombres réels, d'une suite de nombres complexes, opérations sur les suites.	
Définition d'une suite bornée.	

b) Limite d'une suite

Limite d'une suite, convergence et divergence.	La relation $u_n \to a$ équivaut à $(u_n - a) \to 0$.
Toute suite convergente est bornée.	
Opérations sur les suites convergentes et leurs limites.	

c) Relations de comparaison

Étant donnée une suite (α_n) de nombres complexes non nuls, définition d'une suite (u_n) de nombres réels négligeable devant (α_n). Caractérisation à l'aide du quotient $\dfrac{u_n}{\alpha_n}$.	Les notations de Landau ne sont pas exigibles des étudiants.
Définition de l'équivalence de deux suites (u_n) et (v_n) de nombres réels ou complexes non nuls. Caractérisation à l'aide du quotient $\dfrac{u_n}{v_n}$. Équivalent d'un produit, d'un quotient.	Notation $u_n \sim v_n$.
Si $u_n = v_n + \alpha_n$, où (v_n) est une suite de nombres complexes non nuls et α_n est négligeable devant v_n, alors $u_n \sim v_n$.	

d) Suites réelles

Suites monotones, suites majorées, minorées.	
Toute suite (u_n) croissante majorée converge ; extension au cas d'une suite croissante non majorée.	La démonstration de ces théorèmes est hors programme.
Suites adjacentes.	

ATS

e) Comparaison des suites réelles

Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre :
si (u_n) et (v_n) sont convergentes avec $u_n \leqslant v_n$ à partir d'un certain rang, alors $\lim u_n \leqslant \lim v_n$,

si $|u_n| \leqslant \alpha_n$ et $\alpha_n \to 0$, alors $u_n \to 0$,

si $v_n \leqslant u_n \leqslant w_n$, et si $v_n \to \ell$ et $w_n \to \ell$, alors $u_n \to \ell$,

si $v_n \leqslant u_n$, et si $v_n \to +\infty$, alors $u_n \to +\infty$,

si (u_n) et (v_n) sont deux suites de nombres réels non nuls telles que $u_n \sim v_n$, alors, à partir d'un certain rang, u_n et v_n ont le même signe.

Comparaison des suites de références :

$$n \mapsto a^n,\ n \mapsto n^\alpha,\ n \mapsto (\ln n)^\beta,\ n \mapsto n!$$

où $a \in \mathbf{R}_+^*, \alpha \in \mathbf{R}, \beta \in \mathbf{R}$.

La notion générale d'échelle de comparaison asymptotique est hors programme.

f) Exemples d'études de suites

Suites arithmétiques, suites géométriques ; calcul de la somme de n termes consécutifs.

§ Exemples d'étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

On donnera la définition d'un point fixe mais aucun résultat général sur les suites récurrentes n'est au programme.

II. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Les fonctions étudiées dans cette partie sont définies sur un intervalle I de $\mathbf{R}$ non réduit à un point et à valeurs réelles ou complexes.
Pour la notion de limite d'une fonction f en un point a (appartenant à I ou extrémité de I), on adopte les définitions suivantes :
- Étant donnés des nombres réels a et b, on dit que f admet b pour limite au point a si, pour tout nombre réel $\varepsilon > 0$, il existe un nombre réel $\delta > 0$ tel que, pour tout élément x de I, la relation $|x-a| \leqslant \delta$ implique la relation $|f(x) - b| \leqslant \varepsilon$; le nombre b est alors unique, et on le note $\lim\limits_a f$ ou $\lim\limits_{x\to a} f(x)$. Lorsqu'un tel nombre x existe, on dit que f admet une limite finie au point a.
- On définit de manière analogue la notion de limite lorsque a ou b sont remplacés par $+\infty$ ou $-\infty$.

1- Limites et continuité

a) Propriétés globales

Pour les fonctions à valeurs réelles :
- fonctions majorées, minorées ;
- définition d'un extrémum, d'un extrémum local ;
- composée de deux fonctions ;
- fonctions monotones, strictement monotones.

Notations : $\max\limits_{x\in I} f(x)$ ou $\max\limits_I f$;

Pour les fonctions à valeurs réelles ou complexes :
- somme, produit de deux fonctions ;
- fonctions bornées ;
- fonctions paires, impaires ;
- fonctions T-périodiques.

Notations :
$f+g$ et fg ;
$|f|$.

b) Étude locale

Limite d'une fonction f en un point a, continuité en un point.	Lorsque $a \in I$, dire que f admet une limite finie en a équivaut à la continuité de f en ce point.
Limite à gauche, limite à droite. Continuité à gauche, continuité à droite.	Ces notions sont introduites uniquement en vue des applications à la physique et aux sciences industrielles.
Opérations algébriques sur les limites ; compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.	Si $\lvert f(x)\rvert \leqslant \lvert g(x)\rvert$ et $g(x) \to 0$, alors $f(x) \to 0$. Si $g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x)$ et si $g(x) \to b$ et $h(x) \to b$, alors $f(x) \to b$.
Limite d'une fonction composée.	Les démonstrations sont hors programme.

c) Relations de comparaison locale

Étant donnés un point a (appartenant à I ou extrémité de I) et une fonction φ à valeurs réelles ne s'annulant pas sur $I \setminus \{a\}$, définition d'une fonction f, à valeurs réelles ou complexes négligeable devant φ au voisinage de a. Caractérisation à l'aide du quotient $\dfrac{f}{\varphi}$.	Les notations de Landau ne sont pas exigibles des étudiants ; leur utilisation dans la pratique ne peut être que très progressive.
Définition de l'équivalence au voisinage de a de deux fonctions à valeurs réelles ou complexes ne s'annulant pas sur $I \setminus \{a\}$. Caractérisation à l'aide du quotient $\dfrac{f}{g}$.	Notation $f \underset{a}{\sim} g$ ou $f(x) \underset{a}{\sim} g(x)$.
Équivalent d'un produit, d'un quotient. Si $f = g + \varphi$, où φ est négligeable devant g, alors $f \sim g$.	
Pour α, β, γ réels, comparaison, lorsque $x \to +\infty$, des fonctions : $$x \mapsto e^{\alpha x},\ x \mapsto x^{\beta},\ x \mapsto (\ln x)^{\gamma}.$$ Pour α et β réels, comparaison lorsque $x \to 0^+$, des fonctions : $$x \mapsto x^{\alpha} \text{ et } x \mapsto (\lvert \ln x \rvert)^{\beta}.$$	Toute notion générale sur les développements asymptotiques, et en particulier la définition d'une échelle de comparaison sont hors programme.

d) Fonctions à valeurs réelles continues sur un intervalle

Ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbf{R})$ des fonctions continues sur I à valeurs réelles. Composée de deux fonctions continues.	
Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone.	La démonstration de ces trois résultats est hors programme, ainsi que la notion de continuité uniforme.

e) Fonctions continues sur un intervalle à valeurs réelles ou complexes

Ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbf{R})$ (resp. $\mathcal{C}(I, \mathbf{C})$) des fonctions continues sur I à valeurs réelles (resp. complexes).	Une fonction f à valeurs complexes est continue si et seulement si $\mathrm{Re} f$ et $\mathrm{Im} f$ sont continues.
Opérations sur les fonctions continues.	Si f et g sont continues, $f + g$, λf, $\mathrm{Re} f$, $\mathrm{Im} f$ et $\lvert f \rvert$ sont continues.
Composée de deux fonctions continues.	Si $f \in \mathcal{C}(I, \mathbf{C})$ et si $g \in \mathcal{C}(J, \mathbf{R})$, où J est un intervalle tel que $g(J)$ est inclus dans I, alors $f \circ g$ est continue.

ATS

Prolongement par continuité en une extrémité de J.

Définition d'une fonction φ en escalier sur $[a, b]$, d'une fonction continue par morceaux.

Extension : une fonction définie sur $\mathbf{R}$ et $T-$périodique est continue par morceaux si sa restriction à un segment de la forme $[a, a+T]$ est continue par morceaux.

2- Dérivation des fonctions d'une variable réelle

a) Dérivée en un point, fonction dérivée

Dérivabilité en un point : dérivée, dérivée à gauche, à droite.

Les étudiants doivent connaître et savoir exploiter l'interprétation graphique et l'interprétation cinématique de la notion de dérivée en un point.

Dérivabilité sur un intervalle, fonction dérivée. Opérations sur les dérivées : linéarité, produit, quotient.

Notations f', $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$.

Pour $k \in \mathbf{N} \cup \{\infty\}$, espace vectoriel $\mathcal{C}^k(I, \mathbf{R})$ (resp. $\mathcal{C}^k(I, \mathbf{C})$), des fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ sur I à valeurs réelles (resp. complexes).
Dérivée $n-$ième d'un produit (formule de Leibniz).

Notations $f^{(k)}$, $\dfrac{\mathrm{d}^k f}{\mathrm{d}x^k}$.

Pour $k \in \mathbf{N} \cup \{\infty\}$, composée de deux fonctions de classe $\mathcal{C}^k$.

Si $f \in \mathcal{C}^k(I, \mathbf{C})$ et $g \in \mathcal{C}^k(J, \mathbf{R})$, avec $g(J) \subset I$, alors $f \circ g$ est de classe $\mathcal{C}^k$ (démonstration non exigible).

b) Étude globale des fonctions dérivables à valeurs réelles

Dérivée d'une fonction composée, d'une fonction réciproque.

La notion de difféomorphisme est hors programme.

Extrémums locaux des fonctions dérivables.
Égalité des accroissements finis (théorème admis).
Inégalité des accroissements finis : si $m \leqslant f' \leqslant M$, alors

$$m(b-a) \leqslant f(b) - f(a) \leqslant M(b-a).$$

Les étudiants doivent connaître les interprétations graphique et cinématique de ces résultats.

Caractérisation des fonctions constantes et des fonctions monotones parmi les fonctions dérivables.
Caractérisation des fonctions strictement monotones parmi les fonctions dérivables dont la dérivée ne s'annule qu'en un nombre fini de points.

Si f est continue sur $[a, b]$, de classe $\mathcal{C}^1$ sur $]a, b]$, et si f' a une limite finie en a, alors f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b]$.

Extension au cas d'une limite infinie en a.

c) Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux

Définition des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux : une fonction f définie sur le segment $[a, b]$ est dite de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux sur le segment $[a, b]$ s'il existe une suite finie strictement croissante $a_0 = a < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chacun des intervalles $]a_i, a_{i+1}[$ est prolongeable en une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a_i, a_{i+1}]$.

Par extension, une fonction f définie sur $\mathbf{R}$ et $T-$périodique est dite de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux si sa restriction à un intervalle de la forme $[a, a+T]$ est de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux.

Opérations sur les fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux définies sur le segment $[a, b]$.

ATS

3- Intégration sur un segment

Le programme est placé dans le cadre des fonctions continues par morceaux. Les théorèmes relatifs à l'étude des fonctions de la forme $x \mapsto \int_a^b f(t,x)\,dt$ sont hors programme.

a) Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment

Intégrale d'une fonction f continue par morceaux sur un segment.
Propriétés : linéarité, relation de Chasles. Inégalité :

$$\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant |b-a|M.$$

où M est un majorant de $|f|$.

Pour la définition de l'intégrale sur un segment, on peut :
- soit admettre l'existence d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle,
- soit admettre le théorème d'approximation d'une fonction continue par morceaux sur un segment par des fonctions en escalier.

b) Propriétés de l'intégrale des fonctions à valeurs réelles

Positivité de l'intégrale ; intégration des inégalités.
Inégalité de Cauchy-Schwarz.

c) Propriétés de l'intégrale des fonctions à valeurs complexes

Relation :

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b (\mathrm{Re} f)(x)\,dx + \mathrm{i}\int_a^b (\mathrm{Im}\, f)(x)\,dx.$$

Inégalité de la moyenne : $\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant |b-a|M,$
où M est un majorant de $|f|$.

Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe $\mathcal{C}^1$:

$$\text{si } |f'| \leqslant k, \text{ alors } |f(b)-f(a)| \leqslant k|b-a|.$$

4- Dérivation et intégration

a) Primitives et intégrales d'une fonction continue à valeurs réelles ou complexes

Définition d'une primitive d'une fonction continue.

Deux primitives d'une même fonction sur un intervalle différent d'une constante.

Propriété fondamentale :
- étant donnés une fonction f continue sur un intervalle I et un point $a \in I$, la fonction $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a ;
- pour toute primitive F de f sur I, si a et b sont deux points de I,

$$\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a).$$

Intégration par parties, changement de variable.

Tableau des primitives déduit des dérivées des fonctions usuelles.

Les étudiants doivent connaître de plus les primitives des fonctions :
$t \mapsto (t-a)^n$, où $a \in \mathbf{C}$ et $n \in \mathbf{Z} \setminus \{-1\}$.

ATS

b) Développements limités

Développement limité à l'ordre n d'une fonction au voisinage d'un point ; opérations algébriques sur les développements limités : somme, produit ; développement limité de $u \mapsto \dfrac{1}{1-u}$, application au quotient.

Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

Existence d'un développement limité à l'ordre p pour une fonction de classe $\mathcal{C}^p$: formule de Taylor-Young.

Toute autre formule dite de Taylor est hors programme.

Développement limité d'une primitive, d'une dérivée (démonstrations non exigibles).

Les étudiants doivent connaître les développements limités des fonctions exponentielle, sinus et cosinus, sinus et cosinus hyperboliques ainsi que des fonctions

$$x \mapsto \ln(1+x) \text{ et } x \mapsto (1+x)^\alpha, \ \alpha \in \mathbf{R}.$$

5- Intégrales impropres

Pour ce qui concerne les intégrales impropres (ou généralisées), l'objectif du programme est la maîtrise de la convergence absolue de l'intégrale d'une fonction continue à valeurs réelles ou complexes sur un intervalle non fermé ou non borné, en vue de la définition de l'intégration sur un intervalle quelconque. Le programme part de la définition générale de la convergence, en raison de la simplicité de la présentation, mais l'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.

a) Définition d'une intégrale impropre convergente

Si f est une application continue par morceaux sur $[a, b[$ l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(t)\,dt$ est convergente, par définition, si $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$ a une limite finie lorsque x tend vers b, en restant dans $[a, b[$.

On aura soin de distinguer, dans la présentation, le cas où f est une fonction continue *par morceaux* non bornée sur un intervalle $[a, b[$ borné, et le cas où l'intervalle est non borné (du type $[a, +\infty[$ par exemple).

Définition des intégrales divergentes.

Nature des intégrales :

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha} \quad \text{et} \quad \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}, \ \text{où } \alpha \in \mathbf{R}$$

$$\int_0^1 \ln t\,dt, \quad \text{et} \quad \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\,dt, \ \text{où } \alpha \in \mathbf{R}_+^*$$

b) Intégrales des fonctions positives

Relations entre la convergence ou la divergence des intégrales de f et de g, dans le cas où $f \leqslant g$, et dans le cas où $f \sim g$.

c) Intégrales absolument convergentes

On dit que f, continue par morceaux sur I a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction $|f| : t \mapsto |f(t)|$ est convergente.

L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.

Une intégrale absolument convergente est convergente.

Résultat admis.

Comparaison en module à des fonctions réelles positives, du type : $|f| \leqslant g$, ou $|f| \sim g$.

6- Intégration sur un intervalle quelconque

a) Définition

Une fonction f, continue par morceaux sur un intervalle I qui n'est pas un segment est intégrable sur I si elle admet sur I une intégrale absolument convergente.
Si I est un intervalle quelconque, et f est intégrable sur I, on appelle intégrale de f sur I et on note $\int_I f$
- si I est un segment, l'intégrale de f sur I
- si I n'est pas un segment, son intégrale impropre sur I.

Brève extension des propriétés vues dans le cadre de l'intégrale sur un segment (linéarité, relation de Chasles, inégalité de la moyenne).

Relation de Chasles : si f est intégrable sur I et sur J, si $I \cup J$ est un intervalle et si $I \cap J$ est vide ou réduit à un point :

$$\int_I f + \int_J f = \int_{I \cup J} f.$$

Changement de variable : étant données une fonction f intégrable sur I et une bijection φ d'un intervalle I' sur I, de classe C^1 sur I',

$$\int_I f = \int_{I'} f \circ \varphi \cdot |\varphi'|.$$

La démonstration de ce théorème est non exigible.

7- Calcul d'intégrales

§ Exemples de calcul de primitives et d'intégrales.

Pour les fractions rationnelles, les étudiants doivent savoir calculer une primitive d'une fonction rationnelle n'ayant que des pôles simples ou doubles.

Exemples d'étude de la convergence absolue d'intégrales impropres de fonctions continues.

§ Exemples de calculs de valeurs exactes ou approchées d'intégrales.

§ Exemples d'étude de fonctions de la forme $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ (avec f continue).

III. SÉRIES

On rappelle que l'étude générale des suites et séries de fonctions (autres que séries entières et séries de Fourier) et en particulier les notions de convergence uniforme ou de convergence normale sont hors programme.

1- Séries de nombres réels ou complexes

Comme pour les intégrales impropres, l'objectif est ici l'étude de la convergence absolue des séries à termes réels ou complexes. L'étude de la semi-convergence est limitée aux séries réelles alternées par utilisation de la règle spéciale.

a) Convergence

Séries convergentes, séries divergentes. Convergence des séries géométriques.
Lien entre suite et série : la suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge.

ATS

b) Séries à termes réels positifs

Comparaison à une intégrale impropre.
Convergence des séries de Riemann.

Comparaison des convergences de $\sum u_n$ et $\sum v_n$ dans le cas où $u_n \leqslant v_n$ et dans le cas où $u_n \sim v_n$.

Application au cas où l'une des deux séries est une série de Riemann.

La règle « $n^\alpha u_n$ » est hors programme.

Comparaison à une série géométrique ; règle de d'Alembert.

Toute autre règle de convergence, en particulier la règle dite de Cauchy (utilisant $\sqrt[n]{u_n}$) est hors programme.

c) Convergence absolue

Séries absolument convergentes.

Toute série absolument convergente est convergente.

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible.

d) Séries alternées

Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro ; encadrement de la somme et du reste.

On peut encadrer la somme d'une telle série par deux sommes partielles consécutives. Pour le reste de la série, son premier terme en donne le signe et un majorant en valeur absolue.

e) Opérations

Somme de deux séries, produit d'une série par un scalaire.

La notion de série produit est hors programme.

2- Séries entières

Les séries entières considérées dans ce paragraphe sont à coefficients réels ou complexes.

a) Convergence d'une série entière

Définition des séries entières d'une variable complexe.
Étude de la convergence : rayon de convergence, disque (ouvert) de convergence.

Toute étude systématique de la convergence sur le cercle est exclue.

b) Somme d'une série entière d'une variable réelle

Intervalle de convergence.
Propriétés (admises) de la fonction somme d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence : continuité, dérivation et intégration terme à terme (avec conservation du rayon de convergence).

On admet de plus que si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, et si la série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ converge pour $x = R$ (resp. pour $x = -R$), la somme est continue sur l'intervalle $[0, R]$ (resp. $[-R, 0]$).

Développement en série entière de $\dfrac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, e^x, $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$ et $(1+x)^\alpha$, où α est réel.

Seuls ces exemples sont à connaître.

c) Exponentielle complexe

Expression (admise), pour z complexe, de $\exp z$ (ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{z^n}{n!}$.

On admet la cohérence avec la définition donnée précédemment.

3- Séries de Fourier

Les séries de Fourier sont présentées dans le cadre des fonctions numériques T−périodiques continues par morceaux (T est un nombre réel strictement positif, et on pose $\omega = \frac{2\pi}{T}$).

a) Définitions

Coefficients de Fourier d'une fonction T−périodique f définie de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ et continue par morceaux (expression en cosinus et sinus, en posant $\omega = \frac{2\pi}{T}$), sommes partielles

$$S_n(f)(t) = a_0(f) + \sum_{k=1}^{n} \big(a_k(f)\cos(k\omega t) + b_k(f)\sin(k\omega t)\big)$$

de la série de Fourier d'une telle fonction.

Dans certains cas, on peut simplifier les calculs en définissant pour $n \in \mathbf{N}, n > 0$:

$$c_n(f) = \frac{1}{2}\big(a_n(f) - ib_n(f)\big)$$

$$c_{-n}(f) = \frac{1}{2}\big(a_n(f) + ib_n(f)\big),$$

et $c_0(f) = a_0(f)$,

mais aucune formule relative à la forme exponentielle des coefficients de Fourier n'est exigible.

b) Formule de Parseval

Théorème de Parseval (admis) : convergence et expression

$$\frac{1}{T}\int_0^T |f(t)|^2\,dt = |a_0(f)|^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} |a_n(f)|^2 + |b_n(f)|^2.$$

c) Convergence d'une série de Fourier

Théorème de Dirichlet (admis) : pour une fonction T−périodique f définie sur $\mathbf{R}$ et de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux, lorsque n tend vers l'infini, les sommes de Fourier $S_n(f)(t)$ convergent en tout t réel, vers $\dfrac{f(t+0)+f(t-0)}{2}$, demi-somme des limites à droite et à gauche de f au point t.

Si f est continue et de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux, lorsque n tend vers l'infini, les sommes de Fourier $S_n(f)(t)$ convergent en tout t réel, vers $f(t)$.

Dans ces hypothèses, on admet que pour tous α et β réels, $\int_\alpha^\beta f(t)\,dt$ s'obtient en intégrant terme à terme la série de Fourier de f.

IV. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

L'objectif de cette partie est de compléter l'étude entamée dans le programme de début d'année (section II.2). Cette étude doit être accompagnée d'interprétations géométriques et de représentations graphiques.

1- Équations différentielles linéaires

a) Systèmes linéaires à coefficients constants

Définition d'une solution sur un intervalle I de l'équation différentielle $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille n. Existence et unicité de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée (la démonstration de ce résultat est hors programme).

L'ensemble des solutions est un espace vectoriel de dimension n. On donnera la forme des solutions dans le cas où la matrice A est diagonalisable (et seulement dans ce cas).

§ Pratique de la résolution de l'équation $X' = AX$, où A est une matrice à éléments réels ou complexes (par réduction de A à une forme diagonale ou triangulaire).

ATS

b) Équations linéaires scalaires d'ordre 1 ou 2

Équation $a(t)\,x' + b(t)\,x = c(t)$ où a, b et c sont continues sur I à valeurs réelles ou complexes.

Structure de l'espace des solutions lorsque a ne s'annule pas sur I.

Équation $a(t)\,x'' + b(t)\,x' + c(t)\,x = d(t)$ où a, b, c et d sont continues sur I à valeurs réelles ou complexes.

Lorsque a ne s'annule pas sur I, existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy.

La démonstration de ce résultat est hors programme.

Structure de l'espace des solutions de l'équation homogène. Expression des solutions de l'équation complète dans le cas où l'on connaît une solution de l'équation homogène associée ne s'annulant pas sur I.

2- Notions sur les équations différentielles non linéaires d'ordre 1

En dehors du cas des équations à variables séparables, tout exercice d'intégration d'une équation différentielle non linéaire devra comporter l'indication d'une méthode.

Équations différentielles à variables séparables ; cas particulier des équations incomplètes.

On illustrera la notion de courbe intégrale.

§ Algorithme de recherche de solutions approchées d'une équation différentielle scalaire d'ordre 1 ou d'un système autonome de deux équations d'ordre 1 par la méthode d'Euler.

§ Exemples de construction de courbes intégrales d'une équation différentielle.

On se limitera à des exemples simples, principalement issus de la physique ou des sciences industrielles.

V. FONCTIONS DE $\mathbf{R}^n$ DANS $\mathbf{R}^p$

Les applications considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de $\mathbf{R}^n$ et à valeurs dans $\mathbf{R}^p$, ces espaces étant munis de leur structure euclidienne canonique. On se limitera aux cas où $n \leqslant 3$ et $p \leqslant 3$.
Les étudiants doivent connaître, dans un espace euclidien, les définitions de la norme euclidienne et de la distance associée, des boules, des parties bornées, des ouverts et des fermés ainsi que de la convergence d'une suite.
On ne soulèvera aucune difficulté liée aux ensembles de définition des fonctions considérées.

1- Espace $\mathbf{R}^n$, fonctions continues

a) Espace vectoriel normé $\mathbf{R}^n$

Norme et distance euclidiennes. Définitions des boules, des parties ouvertes, des parties fermées, des parties bornées.

b) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbf{R}^p$

Espace vectoriel des fonctions définies sur une partie de $\mathbf{R}$ et à valeurs dans $\mathbf{R}^p$. Fonctions bornées.
Limite et continuité ; caractérisations à l'aide des fonctions coordonnées. Opérations algébriques sur les limites.

c) Fonctions continues de n variables réelles à valeurs réelles

Fonctions définies sur une partie A de $\mathbf{R}^n$ et à valeurs réelles, opérations. Fonctions bornées sur une partie A.

Limite et continuité en un point.

La notion de continuité partielle est hors programme.

Espace vectoriel des fonctions continues sur A	Produit de fonctions continues.
Toute fonction continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes (théorème admis).	

d) Extension aux fonctions de n variables réelles à valeurs dans $\mathbf{R}^p$

Caractérisation de la limite, de la continuité à l'aide des fonctions coordonnées.	Démonstration hors programme.
La composée de deux applications continues est continue.	

2- Calcul différentiel

L'objectif est d'aboutir à une bonne maîtrise de quelques problèmes usuels à partir d'un minimum d'outils théoriques. En particulier la notion d'application différentiable est hors programme et les applications de classe $\mathcal{C}^1$ sont définies à partir des dérivées partielles.
Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont définies sur un ouvert de $\mathbf{R}^n$ et à valeurs dans $\mathbf{R}^p$. Rappelons que n et p sont des entiers $\leqslant 3$.

a) Dérivées partielles des fonctions de n variables réelles à valeurs réelles

Dérivée de f définie sur un ouvert U suivant un vecteur en un point. Dérivées partielles premières. Définition des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$. Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$; différentielle en un point. Gradient.	
Espace vectoriel $\mathcal{C}^1(U, \mathbf{R})$ des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.	Produit de deux fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.
Dérivée d'une fonction composée de l'un des deux types suivants : $x \mapsto f(u(x), v(x))$, $(x, y) \mapsto f(u(x, y), v(x, y))$.	On utilisera la notation différentielle : $df = \dfrac{\partial f}{\partial x}\,dx + \dfrac{\partial f}{\partial y}\,dy$ (pour deux variables par exemple) très commode pour le calcul de la différentielle d'une fonction composée.
Calcul, sur des exemples, du gradient en coordonnées polaires, cylindriques, sphériques.	
Vecteurs directeurs de la tangente et de la normale en un point d'une ligne de niveau $F(x, y) = \lambda$. Normale en un point d'une surface $F(x, y, z) = 0$.	
Dérivées partielles d'ordre 2. Théorème de Schwarz (admis).	
Espace vectoriel $\mathcal{C}^2(U, \mathbf{R})$ des fonctions de classe $\mathcal{C}^2$ sur U.	Produit de deux fonctions de classe $\mathcal{C}^2$ sur U.
Pour une fonction numérique de classe $\mathcal{C}^2$ sur un ouvert de $\mathbf{R}^2$, formule (admise) de Taylor-Young d'ordre 2.	
Condition nécessaire d'existence d'un extrémum local pour une fonction de $\mathcal{C}^1(U, \mathbf{R})$. Pour une fonction numérique de classe $\mathcal{C}^2$ sur un ouvert de $\mathbf{R}^2$, étude de l'existence d'un extrémum local en un point critique où $rt - s^2 \neq 0$ (démonstration non exigible).	On donnera l'interprétation géométrique de cette étude.
Exemples de recherche d'extrémums locaux ou globaux.	

b) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbf{R}^p$

Dérivées successives d'une fonction d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbf{R}^p$; caractérisation à l'aide des fonctions coordonnées. Espace vectoriel $\mathcal{C}^k(I, \mathbf{R}^p)$. Développement limité à l'ordre 2 au voisinage d'un point ; caractérisation à l'aide des fonctions coordonnées.	

ATS

Dérivées k−ième du produit d'une fonction d'une variable à valeurs dans $\mathbf{R}$ de classe $\mathcal{C}^k$ par une fonction d'une variable à valeurs dans $\mathbf{R}^p$ de classe $\mathcal{C}^k$. Produit scalaire, produit vectoriel de deux fonctions de $\mathcal{C}^k(I, \mathbf{R}^p)$, expression des dérivées ($p = 2$ ou 3).	

c) Fonctions de n variables réelles à valeurs dans $\mathbf{R}^p$

Dérivées partielles premières, fonctions de classe $\mathcal{C}^1$; caractérisations à l'aide des fonctions coordonnées.	
Différentielle en un point, matrice jacobienne, jacobien d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$. La composée de deux fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ est de classe $\mathcal{C}^1$. Matrice jacobienne d'une fonction composée, d'une fonction réciproque.	

3- Calcul intégral

Les notions introduites dans ce paragraphe sont étudiées en vue de leur utilisation en sciences physiques ou en sciences industrielles. Le programme se limite au cas des fonctions continues sur une partie fermée bornée. Aucune connaissance n'est exigible sur la définition et la construction de l'intégrale. Tous les résultats sont admis.

a) Intégrales doubles

Intégrale double sur une partie bornée définie par des conditions simples.	
Calcul par intégrations successives ou par passage en coordonnées polaires.	Les étudiants n'ont pas à connaître d'autres changements de variables.
Linéarité, croissance, additivité par rapport aux ensembles.	

b) Extension aux intégrales triples

Calcul par intégrations successives ou par passage en coordonnées cylindriques ou sphériques.	

VI. GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

L'étude théorique est placée dans des hypothèses très larges. Aucune difficulté ne peut être soulevée sur les notions étudiées dans ce chapitre.

1- Propriétés métriques des courbes planes paramétrées

Les fonctions considérées sont définies sur un intervalle I de $\mathbf{R}$ et à valeurs selon les cas dans $\mathbf{R}$, dans le plan euclidien $\mathbf{R}^2$ ou l'espace euclidien $\mathbf{R}^3$, et de classe $\mathcal{C}^k$, où $1 \leqslant k \leqslant \infty$.

Longueur d'un arc régulier, abscisse curviligne. Représentation normale d'un arc.	On ne soulèvera aucune difficulté théorique.
Si f est de classe C^k sur I, où $2 \leqslant k \leqslant \infty$, et $t \mapsto M = f(t)$ définit un arc régulier, il existe une fonction α de classe C^{k-1} sur I telle que, pour tout $t \in I$, $\vec{T} = \vec{u}(\alpha(t))$ où $(\vec{u}(\theta), \vec{v}(\theta))$ désigne le repère polaire. Relations : $\vec{T} = \frac{d\vec{M}}{ds} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$, $\vec{N} = \frac{d\vec{T}}{d\alpha} = \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}$.	La démonstration de ce résultat est hors programme.

ATS

Définition du repère de Frenet.

Définition de la courbure par $\gamma = \dfrac{d\alpha}{ds}$, du rayon de courbure ; caractérisation des points biréguliers.

Relations de Frenet : $\dfrac{d\vec{T}}{ds} = \gamma\vec{N}$, $\dfrac{d\vec{N}}{ds} = -\gamma\vec{T}$.

Les étudiants doivent connaître l'expression de la courbure en un point régulier $M = f(t)$:

$$\gamma = \frac{\operatorname{Det}(f', f'')}{\|f'\|^3},$$

et savoir en déduire les expressions de la courbure en fonction des coordonnées cartésiennes ou des coordonnées polaires.

Rayon de courbure, centre de courbure, cercle de courbure (ou osculateur).
Calcul des coordonnées de la vitesse et de l'accélération dans le repère de Frenet.

La définition d'une développée est hors programme.

2- Surfaces

a) Surfaces paramétrées, plan tangent

Surfaces paramétrées (ou nappes paramétrées) de classe $\mathcal{C}^2$.
Point régulier, plan tangent, normale.

b) Modes de définition d'une surface

Surface définie par une représentation paramétrique

$$(u, v) \longmapsto \overrightarrow{OM} = f(u, v),$$

où f est de classe $\mathcal{C}^2$.

Cas particuliers des surfaces Σ définies par une paramétrisation cartésienne :
une des coordonnées est une fonction de classe $\mathcal{C}^k$ des deux autres.

Surface définie par une équation $F(x, y, z) = 0$, où F est une application de classe $\mathcal{C}^2$, d'un ouvert U de $\mathbf{R}^3$ dans $\mathbf{R}$.

Plan tangent en un point où le gradient est non nul.
Vecteurs directeurs de la normale en un point d'une ligne de niveau $F(x, y, z) = \lambda$.

On fera la liaison avec le cas d'une paramétrisation cartésienne, où :

$$F(x, y, z) = f(x, y) - z.$$

ATS

ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE

Le programme d'algèbre linéaire et géométrie est organisé autour des concepts fondamentaux d'espace vectoriel et d'application linéaire, et de leurs interventions en algèbre, en analyse et en géométrie. L'algèbre linéaire élémentaire en dimension finie est le thème d'étude essentiel. La maîtrise de l'articulation entre le point de vue géométrique (vecteurs et points) et le point de vue matriciel contitue un objectif majeur.
Le but du cours d'algèbre linéaire est la mise en place de l'outil fondamental que constitue la réduction des endomorphismes et des matrices. Cela nécessite la maîtrise des outils et des techniques de base (calcul matriciel, déterminants, résolution des systèmes linéaires). Dans cette optique, le calcul matriciel, ou le calcul des déterminants n'est pas une fin en soi, et on évitera sur ces points tout excès de technicité.

On donnera les définitions de groupe et de corps (commutatif) ; aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur ces notions.

Pour le corps de base, noté **K**, *on se limite à* **R** *ou* **C**.

I. STRUCTURES ALGÉBRIQUES

Cette partie sert uniquement à mettre en place le cadre de l'algèbre linéaire.

1- Espaces vectoriels

Définition d'un espace vectoriel sur **K**, définition d'un sous-espace vectoriel, intersection de sous-espaces vectoriels.	On rappelle que **K** = **R** ou **C**.
Définition d'une application linéaire. Composée de deux applications linéaires. Définition d'un isomorphisme, d'un endomorphisme, d'un automorphisme.	
Noyau et image d'une application linéaire. Application réciproque d'une application linéaire bijective.	Description de l'ensemble des solutions de $u(x) = b$.
Définition d'une combinaison linéaire de p vecteurs d'un espace vectoriel. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.	

2- Fonctions polynomiales et rationnelles

L'objectif est de disposer des notions de polynôme et de fraction rationnelle (considérés comme fonction polynomiale et fonction rationnelle), à coefficients dans le corps **K** *(***R** *ou* **C***), des opérations sur les polynômes, et des résultats relatifs à la factorisation pour leur utilisation dans la réduction des endomorphismes.*

a) Polynômes

Définition d'un polynôme comme fonction polynomiale de **K** dans **K**. Degré d'un polynôme. Opérations sur les polynômes.	Le cas où la variable est complexe est présenté comme une extension naturelle du cas réel : aucune difficulté théorique ne sera soulevée à ce propos.

b) Racines d'un polynôme

Zéros (ou racines) d'un polynôme ; ordre de multiplicité. Définition d'un polynôme irréductible.	
Théorème de d'Alembert-Gauss (admis). Écriture d'un polynôme de $\mathbf{C}[X]$ comme produit de polynômes du premier degré, d'un polynôme de $\mathbf{R}[X]$ comme produit de polynômes de degré un ou deux.	Polynômes irréductibles de $\mathbf{R}[X]$ et $\mathbf{C}[X]$. Somme et produit des racines d'un polynôme à coefficients complexes. Division euclidienne de deux polynômes.

ATS

c) Fonctions rationnelles

Existence et unicité de la partie entière d'une fraction rationnelle R ; existence et unicité de la partie polaire de R relative à un pôle a. Lorsque a est un pôle simple de R, expressions de la partie polaire relative à ce pôle.

La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire est hors programme.
Les étudiants doivent savoir calculer la partie polaire en un pôle simple, mais aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur.

Lorsque $\mathbf{K} = \mathbf{C}$, toute fraction rationnelle R est égale à la somme de sa partie entière et de ses parties polaires.
Existence et unicité de la décomposition de R en éléments simples.

Aucune connaissance spécifique sur l'existence et l'unicité de la décomposition en éléments simples sur $\mathbf{R}$ n'est exigible des étudiants.

Exemples de décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle à coefficients réels sur $\mathbf{C}$ ou $\mathbf{R}$, lorsque les pôles complexes sont d'ordre 1 ou 2.

Pour les pôles d'ordre 2, une méthode doit être fournie.

II. ESPACES VECTORIELS DE DIMENSION FINIE

L'étude des espaces vectoriels de dimension finie, et des applications linéaires est à mener de front avec celle du calcul matriciel. La théorie de la dualité est hors programme.

1- Espaces vectoriels et applications linéaires

a) Familles libres, familles génératrices, bases

Définition d'une famille libre, d'une famille liée, d'une famille génératrice, d'une base ; coordonnées (ou composantes) d'un vecteur dans une base. Base canonique de $\mathbf{K}^n$. Étant donnés un espace vectoriel E muni d'une base $(e_1, e_2, \ldots, e_p)$ et une famille $(f_1, f_2, \ldots, f_p)$ de vecteurs d'un espace vectoriel F, il existe une application linéaire u et une seule de E dans F telle que $u(e_i) = f_i$.

La donnée de p vecteurs $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ d'un $\mathbf{K}$-espace vectoriel E détermine une application linéaire de $\mathbf{K}^p$ dans E, définie par :

$$(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p) \longmapsto \sum_{1 \leqslant k \leqslant p} \lambda_k x_k ;$$

noyau et image de cette application ; caractérisation des bases de E, des familles génératrices, des familles libres.

b) Dimension d'un espace vectoriel

Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Théorème de la base incomplète (admis), existence de bases.

Définition de la dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.

On convient que l'espace vectoriel $\{0\}$ est de dimension nulle.

Étant donnée une famille $\mathcal{F}$ de p vecteurs d'un espace vectoriel de dimension n :
- si $\mathcal{F}$ est libre, alors $p \leqslant n$, avec égalité si et seulement si $\mathcal{F}$ est une base ;
- si $\mathcal{F}$ est génératrice, alors $p \geqslant n$, avec égalité si et seulement si $\mathcal{F}$ est une base.

c) Dimension d'un sous-espace vectoriel

Tout sous-espace vectoriel E' d'un espace vectoriel de dimension finie E, est de dimension finie et $\dim E' \leqslant \dim E$, avec égalité si et seulement si $E' = E$.

Définition des sous-espaces vectoriels supplémentaires, notation $E = F \oplus G$. Existence de supplémentaires d'un sous-espace vectoriel donné ; dimension d'un supplémentaire.

Les étudiants doivent connaître la relation

$$\dim(E + F) = \dim E + \dim F - \dim(E \cap F).$$

ATS

Pour toute application linéaire u de E dans F,

$$\dim E = \dim \operatorname{Ker} u + \dim \operatorname{Im} u.$$

La démonstration de cette relation est hors programme.

2- Calcul matriciel

Le calcul matriciel présente deux aspects qu'il convient de mettre en valeur :
- Calcul sur des tableaux de nombres, interprétés en termes d'applications linéaires de K^p dans K^n munis de leurs bases canoniques.
- Expression dans des bases d'une application linéaire d'un espace vectoriel dans un autre.
Un des objectifs essentiels est d'interpréter matriciellement un changement de base dans un espace vectoriel, puis d'étudier l'effet d'un changement de base(s) sur la matrice associée à un endomorphisme (à une application linéaire). La notion de matrices carrées équivalentes est hors programme.

a) Opérations sur les matrices

Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathsf{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes sur K. Base canonique $(E_{i,j})$ de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathsf{K})$; dimension de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathsf{K})$. Isomorphisme canonique de $\mathcal{L}(\mathsf{K}^p, \mathsf{K}^n)$ sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathsf{K})$. Définition du produit matriciel.

Identification des matrices colonnes et des vecteurs de K^n. Écriture matricielle $Y = MX$ de l'effet d'une application linéaire sur un vecteur.

Espace vectoriel $\mathcal{M}_n(\mathsf{K})$ des matrices carrées à n lignes. Produit de deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathsf{K})$. L'isomorphisme canonique de $\mathcal{L}(\mathsf{K}^n)$ sur $\mathcal{M}_n(\mathsf{K})$ conserve le produit. Matrices carrées inversibles.

Matrices diagonales, matrices triangulaires supérieures (ou inférieures).

Transposée d'une matrice. Compatibilité avec les opérations algébriques sur les matrices.

Définition d'une matrice carrée symétrique.

b) Matrices et applications linéaires

Matrice dans une base d'une famille finie de vecteurs.

Matrice $M_{e,f}(u)$ associée à une application linéaire u d'un espace vectoriel E muni d'une base $e = (e_1, e_2, \dots, e_p)$ dans un espace vectoriel F muni d'une base $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$. L'application $u \mapsto M_{e,f}(u)$ est un isomorphisme de $\mathcal{L}(E,F)$ sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathsf{K})$; dimension de $\mathcal{L}(E,F)$.
Cas où $E = F$ et $e = f$.

La j−ième colonne de $M_{e,f}(u)$ est, par définition, le vecteur colonne des coordonnées de $u(e_j)$ dans la base f :

$$u(e_j) = \sum_{1 \leqslant i \leqslant n} m_{i,j} f_i.$$

Matrice de passage d'une base e à une base e' d'un espace vectoriel E ; effet d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur, sur la matrice d'un endomorphisme.

Par définition la matrice de passage P de la base e à la base e' est la matrice de la famille e' dans la base e. Si son coefficient général est $p_{i,j}$, on a donc :

$$e'_j = \sum_{1 \leqslant i \leqslant n} p_{i,j} e_i.$$

Notons que $P = M_{e',e}(I_E)$.

Matrices carrées semblables : définition, interprétation en termes de changement de base.

c) Opérations élémentaires sur les matrices

Opérations (ou manipulations) élémentaires sur les lignes (ou les colonnes) d'une matrice. Interprétation en termes de multiplication à droite (ou à gauche) par une matrice inversible.

Opérations élémentaires sur les lignes :
- addition d'un multiple d'une ligne à une autre (codage : $L_i \leftarrow L_i + \alpha L_j$) ;
- multiplication d'une ligne par un scalaire non nul (codage : $L_i \leftarrow \alpha L_i$) ;
- échange de deux lignes (codage : $L_i \leftrightarrow L_j$).

3- Équations et systèmes d'équations linéaires

a) Solutions d'une équation linéaire

Équation linéaire $u(x) = b$, avec u application linéaire de E vers F de dimensions quelconques.
Cas de l'équation homogène.
Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec $\operatorname{Ker} u$ et $\operatorname{Im} u$. Étude du cas où $b = b_1 + b_2$.

Pour l'équation homogène, l'ensemble des solutions est l'espace vectoriel $\operatorname{Ker} u$.
Dans le cas général, il est vide si $b \notin \operatorname{Im} u$, et de la forme $x_0 + \operatorname{Ker} u = \{x_0 + x \mid x \in \operatorname{Ker} u\}$ si $b \in \operatorname{Im} u$.

b) Systèmes d'équations linéaires

Définition, interprétations. Description de l'ensemble des solutions. Système homogène associé.

Dimension r de l'espace vectoriel des solutions d'un système linéaire homogène.
Existence et unicité de la solution lorsque $r = n = p$ (systèmes de Cramer). Résolution des systèmes de Cramer triangulaires.

Le théorème de Rouché-Fontené et les matrices bordantes sont hors programme.

Emploi de la méthode du pivot de Gauss pour la résolution des systèmes d'équations linéaires et pour l'inversion des matrices carrées.

III. RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES ET DES MATRICES CARRÉES

Dans ce chapitre, le corps des scalaires, noté $\mathbf{K}$ *est* $\mathbf{R}$ *ou* $\mathbf{C}$.

1- Valeurs propres et vecteurs propres

Valeurs propres d'un endomorphisme, sous-espaces propres, vecteurs propres (en dimension finie ou non).
Toute famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.

On convient qu'un vecteur propre est non nul.
Éléments propres d'une homothétie, d'une projection, d'une symétrie.

2- Déterminants

a) Déterminant de n vecteurs dans une base

Déterminant de n vecteurs dans une base d'un espace vectoriel de dimension n. Caractérisation des bases.

Aucune démonstration concernant les déterminants n'est exigible des étudiants. Les propriétés usuelles sont admises.

Échange de deux vecteurs.

ATS

b) Déterminant d'une matrice carrée

Déterminant d'une matrice carrée. Déterminant du produit de deux matrices, de la transposée d'une matrice (admis).

Développement par rapport à une ligne ou à une colonne.

Deux matrices carrées semblables ont le même déterminant.

Le groupe symétrique n'étant pas au programme, l'expression du déterminant d'une matrice en fonction de ses coefficients n'est pas non plus au programme. Le déterminant d'une matrice carrée est par définition le déterminant de la famille de ses vecteurs colonnes dans la base canonique de $\mathbf{K}^n$.

Déterminant d'une matrice de la forme $\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$.

Ce résultat peut être admis.

3- Réduction d'un endomorphisme en dimension finie

Polynôme caractéristique, ordre de multiplicité d'une valeur propre : il est minoré par la dimension du sous-espace propre associé.

Endomorphismes diagonalisables (par définition $u \in \mathcal{L}(E)$ est diagonalisable s'il existe une base de E formée de vecteurs propres de u).
Caractérisation (admise) à l'aide des dimensions des sous-espaces propres.
En dimension n, tout endomorphisme dont le polynôme caractéristique a n racines (distinctes) est diagonalisable.

Quand l'endomorphisme est diagonalisable, on obtient une base de diagonalisation par réunion de bases de chacun des sous-espaces propres.

4- Réduction des matrices carrées

Valeurs propres d'une matrice carrée, polynôme caractéristique, vecteurs propres, sous-espaces propres.

Diagonalisation et trigonalisation des matrices carrées : toute matrice carrée dont le polynôme caractéristique peut s'écrire comme produit de polynômes de degré un est semblable à une matrice triangulaire supérieure (admis).

Les étudiants n'ont pas à connaître de méthode générale de trigonalisation.

§ Exemples d'étude du comportement des puissances n-ièmes d'une matrice.

IV. ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS

Dans ce chapitre, le corps des scalaires est $\mathbf{R}$ *et les espaces vectoriels considérés sont de dimension finie.*

1- Produit scalaire et norme euclidiens

Produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwarz, norme.
Théorème de Pythagore.

Définition d'une base orthonormale. Définition d'une base orthonormale ; existence de bases orthonormales dans un espace euclidien.

Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel ; distance à un tel sous-espace.

2- Groupe orthogonal

Définitions d'un automorphisme orthogonal, du groupe orthogonal $\mathcal{O}(E)$. Matrices orthogonales, groupe $\mathcal{O}(n)$.

On décrira le groupe orthogonal en dimensions 2 et 3 (et seulement dans ces cas).

3- Endomorphismes symétriques

Définition d'un endomorphisme symétrique ; matrice associée dans une base orthonormale.	
Théorème admis de réduction d'un endomorphisme symétrique dans une base orthonormale.	Diagonalisation d'une matrice symétrique au moyen d'une matrice orthogonale.

4- Formes quadratiques

Définitions d'une forme bilinéaire symétrique sur $\mathbf{R}^n$, d'une forme quadratique sur $\mathbf{R}^n$ et de la forme polaire associée.	Sont hors programme toute notion générale sur les formes bilinéaires, et les notions de rang et de signature d'une forme quadratique.
Matrice d'une forme bilinéaire symétrique (resp. d'une forme quadratique) dans une base orthonormale.	On reliera l'étude des formes quadratiques à celle de la matrice de l'opérateur d'inertie d'un solide, qui figure au programme de mécanique.
Réduction d'une forme quadratique dans une base orthonormale.	La réduction d'une forme quadratique dans une base non orthonormale est hors programme.

CLASSE DE TECHNOLOGIE INDUSTRIELLE POUR TECHNICIENS SUPERIEURS (ATS)

OBJECTIFS DE FORMATION ET PROGRAMME DE SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES

OBJECTIFS DE FORMATION

Depuis plusieurs années, les grandes écoles d'ingénieurs accueillent des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT. La plupart d'entre eux ont besoin d'un enseignement de réorientation pour suivre avec profit les études d'ingénieur. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.

Pendant leurs années d'étude en section de techniciens supérieurs ou en institut universitaire de technologie, les étudiants ont bénéficié d'une formation en physique adaptée aux besoins de la spécialité choisie. Cette formation met davantage l'accent sur l'étude des applications que sur celle des concepts théoriques des champs de la physique sur lesquels s'appuient ces applications ; la démarche de la modélisation a ainsi été privilégiée .

En classe de spéciales ATS, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoir opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de cette filière. L'enseignement des sciences physiques et chimiques s'inscrit dans cette perspective ; il a vocation à apporter les connaissances fondamentales indispensables à la formation générale du futur ingénieur.

La formation dispensée au cours de l'année de préparation doit, par une approche équilibrée entre théorie et expérience, apporter à l'étudiant les outils conceptuels et méthodologiques, pour lui permettre de mieux comprendre le monde naturel et technique qui l'entoure, et de faire l'analyse critique des phénomènes étudiés.

Dans un monde en évolution rapide, où une somme énorme de connaissances est disponible, l'enseignement dispensé par le professeur doit éveiller la curiosité face au monde réel, promouvoir le sens de l'observation qui est à l'origine de la plupart des grandes découvertes, et développer chez l'étudiant le goût de l'expérience et du concret.

L'objectif essentiel est que l'étudiant comprenne mieux l'impact de la science et que, plus assuré dans ses connaissances, il soit préparé à poursuivre son cursus d'études dans une grande école.

La méthode scientifique utilisée, empreinte de rigueur et de sens critique permanent, doit permettre à l'étudiant, sur toute question du programme :

- de communiquer l'essentiel des résultats sous forme claire et concise, tant à l'oral qu'à l'écrit ;
- d'en analyser la pertinence : modèle utilisé, limites du modèle, influence des paramètres, homogénéité des formules, symétries, interprétation des cas limites, ordres de grandeur et précision ;
- d'en rechercher sans encyclopédisme l'impact pratique.

La modélisation, la mise en équations, la résolution mathématique (souvent algorithmique à ce stade) sont essentielles, mais ne doivent en aucun cas devenir prioritaires par rapport à la compréhension physique du phénomène étudié. Les exercices et les problèmes nécessitant le recours à une technicité mathématique excessive sont à éviter.

PROGRAMME

Préambule

Le programme, dans son approche théorique, est soigneusement articulé. Cela ne préjuge en rien de l'ordre de présentation, pour lequel le professeur a toute latitude.

Le programme de sciences physiques et chimiques s'articule, autour de connaissances fondamentales, en six parties : l'architecture de la matière, la mécanique, l'électromagnétisme, l'optique, la thermodynamique et les équilibres chimiques en solutions aqueuses.

Les applications aux systèmes industriels ont été privilégiées. D'une manière générale, pour chacun des champs disciplinaires au programme, les applications sont étudiées, lorsque cela s'avère possible, en liaison avec les connaissances théoriques et pratiques, acquises par les étudiants durant leurs années d'étude en section de techniciens supérieurs ou en institut universitaire de technologie.

Le programme a été rédigé et abondamment commenté dans le but d'éviter toute dérive inflationniste.

Les spécificités de la démarche expérimentale (approche expérimentale, raisonnement qualitatif ou par analogie) sont soulignées. L'expérimentation occupe une place importante dans les activités des étudiants. Certaines parties du programme, comme l'étude de l'électrocinétique, sont traitées, en ce qui concerne les sciences physiques, exclusivement en travaux pratiques, en liaison avec leur enseignement en génie électrique.

L'utilisation de l'ordinateur en travaux pratiques ou lors d'expériences de cours, pour l'acquisition et le traitement de données expérimentales, de façon à tester des modèles de divers niveaux d'élaboration, renforce le lien entre la théorie et les travaux expérimentaux. Dans des situations qui se prêtent mal à une expérimentation personnelle, l'ordinateur pourra être utilisé pour présenter des résultats expérimentaux ou des simulations ; ces dernières ne pourront cependant jamais se substituer à l'expérience. Plus généralement, on pourra utiliser l'ordinateur à chaque fois que celui-ci peut apporter un gain de temps ou une amélioration de la compréhension. Selon les circonstances, il pourra être fait appel aux divers services offerts par l'appareil, notamment par des logiciels traitant de problèmes scientifiques, des logiciels de calcul formel et de présentation graphique, ainsi que des logiciels généraux (traitement de texte, tableur, base de données).

1 - L'architecture de la matière

Programme	Commentaires
1.1 L'atome	
- Electrons, protons, neutrons.	
- Le noyau : nombres Z, A, isotopes.	
- Masse molaire atomique : constante d'Avogadro, mole	
1.2 Classification périodique des éléments	
- Interprétation du spectre de l'atome d'hydrogène ; quantification de l'énergie.	*On mettra en évidence les évolutions et les analogies dans les colonnes et dans les lignes, y compris dans les séries de transition.*
- Définition des nombres quantiques ; construction des premières lignes de la classification périodique à l'aide du principe de Pauli et des règles de Hund et de Klechkowsky.	*Les nombres quantiques seront définis à la seule fin de construire les premières lignes de la classification périodique.*
- Périodicité des propriétés.	*On présentera seulement la classification en 18 colonnes recommandée par l'UICPA (1989). On citera des exemples aussi variés que possible.*
1.3 Les ions	
- Définition, charges, exemples d'ions simples et d'ions complexes.	
1.4 Les molécules	
- Liaison de valence localisée ; notation de Lewis ; règle de l'octet.	*La méthode VSEPR et toute théorie de la liaison covalente sont hors programme.*
1.5 L'état cristallin	
- Exemples de cristaux métalliques, ioniques, covalents et moléculaires.	*Il s'agit ici de donner un aperçu rapide de la structure des édifices chimiques cristallins en s'appuyant sur quelques exemples, et d'indiquer la formule chimique qui représente le solide dans une équation bilan. Toute théorie concernant les types de liaison rencontrées dans les solides est hors programme ainsi que tout calcul de cristallographie.*
1.6 La réaction chimique	
- Coefficients stœchiométriques, équation bilan.	*Les coefficients stœchiométriques sont des nombres sans dimension ; on insistera sur l'absence de lien entre les coefficients stœchiométriques et les quantités de matière initiales.*
- Description d'un système fermé en réaction chimique : avancement ξ de la réaction.	

2 - Mécanique

Le programme de mécanique est centré sur la mécanique newtonienne du point matériel.
L'étude de la mécanique du solide sera menée en liaison avec l'enseignement dispensé en génie mécanique.
La mécanique des fluides est hors programme.
La mécanique du solide ne peut intervenir dans un problème qu'en tant que partie non prépondérante.

Programme	Commentaires
2.1 Mécanique newtonienne du point matériel :	
- Domaine de validité de la mécanique newtonienne.	
- Espace et temps. Vitesse et accélération dans un référentiel.	*On fera la distinction entre base de projection et référentiel; on donnera des exemples de bases mobiles dans le référentiel d'étude.*
- Exemples de mouvements : rectiligne, circulaire, hélicoïdal.	
- Changement de référentiel ; lois de composition des vitesses et des accélérations.	*On distinguera le point mobile et le point d'un référentiel avec lequel il y a coïncidence instantanée (point coïncidant). On introduira la notion de mouvement d'entraînement. Les formules de changement de référentiel ne concerneront que le cas de la translation, et celui où l'un des référentiels est animé par rapport à l'autre d'un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe.*
- Les trois lois de Newton de la mécanique : - - principe d'inertie, - - relation fondamentale de la dynamique, - - principe dit "de l'action et de la réaction" ou "des actions mutuelles".	
- Relativité galiléenne, référentiels non galiléens, forces d'inertie.	*Les conséquences de la rotation de la Terre sur le mouvement d'un point matériel sont hors programme.*
- Quantité de mouvement, moment cinétique.	
- Théorème du moment cinétique en un point fixe.	
- Puissance et travail d'une force, énergie cinétique, énergie potentielle, énergie mécanique.	*On donnera des exemples de forces conservatives, c'est-à-dire dérivant d'une fonction énergie potentielle.*
- Théorèmes de la puissance et de l'énergie cinétiques.	
- Lois de conservation : conditions et implications de la conservation de la quantité de mouvement, du moment cinétique, et de l'énergie mécanique.	*Les chocs de particules et la notion de masse réduite sont hors programme, de même que les systèmes ouverts (notamment les systèmes faisant intervenir une masse variable avec le temps, tels les fusées). L'étude de l'équilibre d'un point matériel et de la stabilité de cet équilibre est faite à partir de l'énergie potentielle.*
2.2 Applications :	
- Mouvement à force centrale.	- *Le pôle d'attraction ou de répulsion est considéré comme fixe.*
- Cas des forces centrales conservatives ; états liés et états de diffusion.	- *On dégagera les notions d'états liés et d'états de diffusion en utilisant les intégrales premières du mouvement.*
- Potentiel newtonien.	- *L'établissement de l'équation polaire de la trajectoire est hors programme, de même que le calcul de la déviation par diffusion de Rutherford. On mentionnera l'analogie entre champ gravitationnel et champ électrostatique.*
- Force de Lorentz, Mouvement d'une particule chargée non relativiste dans un champ électrique ou magnétique uniforme(s) et indépendant(s) du temps.	-

- Oscillateurs linéaires :

Un oscillateur linéaire est régi par une - ou plusieurs - équation(s) différentielle(s) que l'on peut mettre sous la forme canonique :

$$\ddot{X} + 2M\omega_0\dot{X} + {\omega_0}^2 X = F(t) \qquad \text{ou } \ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + {\omega_0}^2 X = F(t)$$

avec :

ω_0 : pulsation propre ;

M : facteur d'amortissement relatif ; Q : facteur de qualité

- Oscillateur harmonique non amorti.

On montrera que la conservation de l'énergie limite l'amplitude des oscillations libres, et peut suffire à entraîner, dans un cas à une dimension, leur caractère périodique, sans qu'elles soient nécessairement sinusoïdales.

- Oscillateur harmonique à une dimension, amorti par frottement fluide ; temps de relaxation, facteur de qualité.

L'étude des oscillateurs permettra de revenir sur la stabilité de l'équilibre et la notion de puits d'énergie potentielle. L'oscillateur paramétrique, les oscillateurs couplés et les notions d'espace et de portrait de phase sont hors programme.

- Oscillations libres, oscillations forcées, résonance.

On se limitera à l'étude des résonances d'amplitude et de vitesse.

- Analogies électromécaniques.

Quand l'état d'avancement du cours de génie électrique le permettra, on dégagera des analogies électromécaniques et on présentera divers oscillateurs en travaux pratiques d'électronique. On se limitera aux analogies formelles force-tension, élongation-charge, et vitesse-intensité.

2.3 Mécanique du solide :

On s'intéresse au solide en translation ou en rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel d'étude :

- Centre de masse. Quantité de mouvement totale – ou résultante cinétique –, moment cinétique et énergie cinétique.
- Actions extérieures et intérieures. Principe des actions mutuelles.
- Théorème de la résultante cinétique et du mouvement du centre de masse.

On insistera sur le fait que le théorème de la résultante cinétique ne concerne que le mouvement du centre de masse du système et on soulignera le lien avec la relation fondamentale de la dynamique.

- Théorème du moment cinétique en un point fixe, et en projection sur un axe fixe.
- Puissance et travail d'un ensemble d'actions ; énergie potentielle. Théorème de l'énergie cinétique. Energie mécanique ; conditions et implications de sa conservation.

3 - Electromagnétisme

L'ensemble de l'électrostatique et de la magnétostatique n'est pas centré sur les calculs, mais sur les propriétés des champs. L'intérêt des propriétés de symétrie et d'invariance des champs polaires et axiaux sera souligné. Aucune technicité mathématique superflue ne sera recherchée dans les calculs; on privilégiera les situations proches du cours et d'intérêt pratique évident. L'accent sera mis sur la comparaison des propriétés respectives du champ électrostatique et du champ magnétostatique. Les applications industrielles des forces magnétiques et du phénomène d'induction électromagnétique seront soulignées.

Programme	Commentaires
3.1 Electrostatique du vide	
a) Champ et potentiel électrostatiques	
- Distributions et densités de charges. Loi de Coulomb. Champ électrostatique $\vec{E}$, sa topographie ; théorème de superposition. Propriétés de symétrie et caractère polaire du champ $\vec{E}$.	*On se limitera à des distributions de charges simples. On pourra présenter quelques exemples de topographie du champ à l'aide d'un logiciel. On se limitera à la recherche des invariances par translation et par rotation, et à la recherche des plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de charges.*
- Potentiel électrostatique, théorème de superposition.	
- Flux du champ électrostatique, théorème de Gauss.	*On insistera sur l'intérêt du théorème de Gauss et on évitera toute dérive calculatoire.*
- Formulation locale des lois de l'électrostatique.	
b) Aspect énergétique	
- Energie potentielle d'une charge dans un champ électrostatique extérieur.	
c) Dipôle électrostatique	
- Dipôle électrostatique : moment dipolaire électrique ; actions subies par le dipôle dans un champ électrique uniforme.	*Il s'agit ici d'un ensemble rigide de deux charges -q et +q . Des exemples seront choisis dans le domaine de la chimie. Les expressions du champ et du potentiel créés sont hors programme, de même que tout développement multipolaire.*
d) Les condensateurs	
- Conducteur en équilibre électrostatique, propriétés de l'état d'équilibre, théorème de Coulomb.	
- Le condensateur : système de deux conducteurs en équilibre électrostatique et influence totale.	*Une étude théorique générale de l'équilibre d'un système de conducteurs (théorème d'unicité, coefficients d'influence, pression électrostatique...) est exclue.*
Condensateur plan idéal. Energie d'un condensateur.	*On mentionnera les limites du modèle. On introduira, dans le cas du condensateur plan idéal, la valeur de la densité volumique $\varepsilon_0 E^2/2$; on admettra la validité générale de cette expression ; l'expression de l'énergie électrostatique en fonction du potentiel et de la densité volumique de charge est en dehors du programme, de même que la détermination d'actions mécaniques d'origine électrostatiques par des bilans énergétiques. On mentionnera pour un condensateur à diélectrique linéaire homogène isotrope la relation $C = C_0\varepsilon_r$, dans laquelle ε_r représente la permittivité relative du diélectrique .*
3.2 Lois générales de l'électrocinétique dans le cadre de l'approximation des états quasi stationnaires	*Le cadre précis de l'approximation des états quasi stationnaires est hors programme,- on se contentera d'affirmer les modalités d'application pratique des lois.*
- Courant, intensité, densité de courant, conservation de la charge, tension, loi des nœuds, loi des mailles.	*On établira la formulation locale de la loi de conservation de la charge dans le cas à une dimension. On insistera sur la nécessité d'une convention d'orientation des courants et des tensions.*
- Caractéristique d'un dipôle ; conductivité, loi d'Ohm.	*La forme locale de la loi d'Ohm sera présentée comme phénoménologique , sans justification microscopique. On se limite à la conductibilité électrique des métaux.*
- Puissance électrocinétique reçue par un dipôle. Caractères générateur et récepteur. Bilans de charge et d'énergie.	*Les différents domaines de la physique et de la chimie où apparaissent des bilans-conservations sont suffisamment étendus pour que le programme revienne fréquemment sur ces bilans.*

3.3 Magnétostatique du vide

- Distributions et densités de courants. — *On se limitera à des distributions de courants simples.*
- Le champ magnétique $\vec{B}$; sa topographie. — *On se bornera à présenter des cartes de champ en tant que résultats expérimentaux, ou obtenus à l'aide d'un logiciel, et à commenter l'allure de celles-ci.*
- Loi de Biot et Savart pour un circuit filiforme. Théorème de superposition. — *La loi de Biot et Savart sera admise sans démonstration.*
- Propriétés de symétrie et caractère axial du champ magnétique $\vec{B}$. Comparaison avec les propriétés de symétrie du champ électrique. — *On se limitera à la recherche des invariances par translation et par rotation, et à la recherche des plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courants.*
- Circulation de $\vec{B}$; théorème d'Ampère ; formulation locale. — *On montrera l'intérêt du théorème d'Ampère et on évitera toute dérive calculatoire.*
- Champs magnétiques d'une spire circulaire et d'un solénoïde circulaire; limite du long solénoïde. Champ magnétique d'un fil rectiligne illimité. — *Aucune technicité mathématique ne sera recherchée en tant que telle dans les calculs ; ces derniers ne concerneront que des situations proches de celles décrites dans le cours, et d'intérêt pratique évident.*
- Conservation du flux de $\vec{B}$. Formulation locale.

3.4 Action d'un champ magnétique sur un courant

- Force de Lorentz ; effet Hall.
- Force de Laplace, travail des forces de Laplace. — *On pourra, en travaux dirigés, étudier l'exemple du moteur à courant continu, et du moteur pas-à-pas.*
- Dipôle magnétique : actions subies dans un champ magnétique uniforme, moment dipolaire magnétique. — *Il s'agit ici d'une "petite" boucle de courant. Les expressions du potentiel-vecteur et du champ magnétique créés sont hors programme.*

3.5 Phénomènes d'induction électromagnétique

On soulignera les applications industrielles des phénomènes d'induction électromagnétique.

- Loi de Lenz-Faraday, force électromotrice d'induction pour un circuit filiforme, champ électromoteur. — *On considérera le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique stationnaire et le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable. La notion de champ électromoteur n'est pas exigible. Lors des travaux dirigés, on pourra étudier le principe de fonctionnement du convertisseur asynchrone.*
- Induction propre, induction mutuelle. — *Les coefficients d'auto-inductance seront calculés dans des cas de géométries simples, ne nécessitant aucune technicité mathématique ; le coefficient de mutuelle inductance sera défini dans le cas de deux circuits filiformes.*
- Energie magnétique. — *On se limitera au cas d'un ou deux circuits filiformes fixes; on reliera cette énergie à la valeur des intensités. On introduira à propos du solénoïde infini la densité d'énergie $B^2/2\mu_0$ et on admettra la validité générale de cette expression.*

3.6 Equations de Maxwell dans le vide

- Forme locale et forme intégrale des équations de Maxwell dans le vide. Formulation locale du principe de conservation de la charge. — *Le formalisme quadridimensionnel et les transformations relativistes des champs sont hors programme.*
- Cas particulier des champs permanents.
- Existence des potentiels vecteur $\vec{A}$ et scalaire V. — *Tout calcul de $\vec{A}$ est exclu.*
- Densité volumique d'énergie électromagnétique. — *L'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique sera postulée; sa validité pourra être vérifiée sur les exemples du condensateur plan idéal et du solénoïde illimité. L'identité de Poynting est hors programme.*
- Vecteur de Poynting et puissance rayonnée.

3.7 Ondes électromagnétiques

- Equation de propagation du champ électromagnétique dans une région sans charge ni courant. Structure de l'onde plane ; onde plane progressive. Cas particulier de l'onde plane progressive monochromatique ; pulsation, vecteur d'onde, célérité (ou vitesse) de phase. — *Les potentiels retardés sont hors programme. La propagation des ondes électromagnétiques concerne les seuls milieux assimilables au vide pour la propagation. Les notions de paquet d'onde et de vitesse de groupe sont hors programme. On présentera la structure de l'onde plane en polarisation rectiligne seulement.*

3.8 Optique physique : interférences non localisées de deux ondes cohérentes

On se limitera, lors de l'étude de l'optique physique, au domaine d'approximation où une description par des ondes scalaires est suffisante. Toute étude générale de la cohérence est exclue ainsi qu'une description exhaustive des dispositifs diviseurs d'onde.

Programme	Commentaires
- Différence de phase, différence de marche, ordre d'interférence et intensité lumineuse en un point du champ d'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes.	*Le calcul n'est développé que dans le cas des fentes d'Young. L'étude du concept de localisation des franges est hors programme.*

4 - Optique géométrique

L'enseignement de l'optique géométrique est essentiellement expérimental ; seules des épreuves à caractère expérimental pourront avoir comme objet principal l'optique géométrique.
L'étude de cette partie sera menée essentiellement dans le cadre de travaux pratiques, au cours desquels les étudiants se familiariseront avec des montages simples. De cette approche empirique et expérimentale, on dégagera et on énoncera quelques lois générales. Le caractère expérimental de l'enseignement donnera inévitablement au professeur l'occasion de faire observer des phénomènes tels que les aberrations, dont le traitement est hors programme. On se bornera, dans ces conditions, à l'observation de ces phénomènes, en l'accompagnant éventuellement d'un bref commentaire, mais on ne cherchera pas à en rendre compte par une théorie détaillée.

Programme	Commentaires
- Approximation de l'optique géométrique rayon lumineux .	*On se limitera à une présentation qualitative de l'approximation de l'optique géométrique. Le principe de Fermat est hors programme.*
- Réflexion, réfraction, indice de réfraction, lois de Snell-Descartes.	*On mentionnera l'existence de milieux dispersifs. L'étude du prisme sera conduite en travaux pratiques.*
- Objet et image, stigmatisme. - Miroir plan.	
- Dioptre plan, lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.	*Dans le cas des lentilles minces, les milieux extrêmes seront supposés d'indices égaux et on se contentera d'établir les relations de conjugaison avec origine au centre optique, la propriété et la position des plans focaux étant admises : l'essentiel est de maîtriser la construction de l'image d'un objet. L'étude du dioptre sphérique est hors programme.*

5 - Thermodynamique

Le but recherché est la compréhension des deux principes de la thermodynamique et l'étude de leurs applications à des systèmes simples, notamment industriels .

Le professeur s'attachera, chaque fois que cela sera possible, à choisir des exemples concrets. Il insistera sur l'intérêt de l'utilisation de modèles destinés à représenter les phénomènes réels. Toute dérive calculatoire – dans l'utilisation de dérivées partielles, notamment – sera évitée, et l'accent sera mis sur les bilans et les échanges d'énergie et d'entropie.

Les grandeurs massiques seront notées en lettres minuscules (par exemple h pour l'enthalpie massique) et les grandeurs molaires seront notées en majuscules avec l'indice m (par exemple H_m pour l'enthalpie molaire).

Toute notion de thermodynamique statistique est hors programme.

Programme	Commentaires
5.1 Systèmes thermodynamiques	
- Système en équilibre thermodynamique, système ouvert ou fermé, système homogène, hétérogène, isotrope ; phase.	*On s'attachera à dégager le but et l'universalité de la Thermodynamique. Le passage d'une description microscopique à une description macroscopique conduit à des grandeurs, moyennes des grandeurs microscopiques, mais de plus nécessite l'introduction de grandeurs thermodynamiques spécifiques (température, entropie). On présentera sans développement des exemples de systèmes les plus variés possibles fluides, systèmes électrostatiques, électrochimiques, chimiques, machines thermiques...).*
- Variables thermodynamiques d'état ; variables extensives et intensives. Pression. . Température.	*On indiquera que l'influence de la pesanteur sur la répartition de la pression est négligeable dans les systèmes usuellement étudiés en thermodynamique.*
- Equation d'état.	*Une équation d'état relie certains paramètres du système à l'équilibre. On donnera d'autres exemples que celui des fluides : condensateur plan avec diélectrique, fil élastique...*
- Evolution d'un système : vitesse d'évolution, temps caractéristique associé aux divers paramètres d'un système évoluant vers un état final d'équilibre.	*On donnera sous forme exclusivement descriptive des exemples de situations pour lesquelles le système peut être considéré comme en équilibre vis-à-vis de certaines variables à constantes de temps brèves et hors d'équilibre vis-à-vis d'une ou plusieurs variables à évolution beaucoup plus lente.*
- Transformations réversibles et irréversibles ; évolutions quasistatiques.	*Une évolution quasistatique est définie comme une évolution très lente, au cours de laquelle les paramètres intensifs du système restent définis à tout instant ; on donnera un exemple d'évolution quasistatique, mais non réversible.*
- Systèmes isolés. Systèmes non isolés : systèmes pour lesquels se produit avec l'extérieur un transfert	*Transfert : par exemple de chaleur, de travail mécanique ou électrique, de quantité de mouvement, de matière, de rayonnement, de charge électrique.*
5.2 Le premier principe ou principe de conservation (système fermé) ; "bilans d'énergie".	
- Travail reçu par un système thermodynamique; travail des forces de pression.	
- Energie interne U, notion de fonction d'état thermodynamique ; premier principe ; chaleur reçue par un système thermodynamique.	*On donnera la forme générale de l'écriture du premier principe (faisant intervenir la variation de l'énergie cinétique macroscopique) pour un système fermé. On insistera sur le fait que la valeur d'une fonction d'état d'un système est seulement fonction de l'état macroscopique de ce système.* *On utilisera, au choix, le terme de "chaleur", ou celui de "transfert thermique ". On calculera les valeurs de la chaleur reçue pour des évolutions non adiabatiques en utilisant le premier principe. On insistera sur le fait que travail et chaleur correspondent à des échanges d'énergie. L'étude de la conduction thermique est hors programme.*
- Enthalpie H.	*En liaison avec le cours de chimie, on soulignera l'intérêt d'utiliser l'enthalpie lors de l'étude d'évolutions isobares. Les Détentes "de Joule/Gay-Lussac" à énergie interne constante et "de Joule/Thomson" à enthalpie constante seront étudiées en travaux dirigés*

5.3 Le gaz parfait

- Le modèle du gaz parfait; équation d'état.
- Energie interne et enthalpie du gaz parfait. Relation de Mayer.

On admettra, à ce stade de l'étude, que l'énergie interne d'un gaz parfait est fonction de la seule température. On ne développera pas l'étude des capacités thermiques molaires en fonction de la température : on donnera les valeurs couramment admises, aux températures usuelles, dans les cas monoatomique et diatomique ($C_{Vm} = 3R/2$ et $C_{Pm} = 5R/2$) .
Le principe d'équipartition de l'énergie est hors programme.

- Les limites du modèle.

Les équations d'état des gaz réels sont hors programme.

5.4 .Application du premier principe à la réaction chimique en système fermé.

- Etats standard d'un constituant pur : gaz parfait et état condensé ; grandeurs molaires standard.
- Système fermé siège d'une transformation physico-chimique :
  - enthalpie standard de formation ;
  - enthalpie standard de réaction ;
  - énergie interne standard de réaction ;
  - variations de ces grandeurs avec la température (relations de Kirchhoff).

5.5 Le second principe, ou principe d'évolution (système fermé) ; bilans d'entropie.

- Entropie d'un système; entropie créée par irréversibilité, entropie reçue par transfert thermique.

On admettra !a relation $dS = \delta Q_{rév} / T$, permettant de calculer une variation d'entropie, et on insistera sur le fait que l'entropie S d'un système est une fonction d'état.
Les notions de réversibilité et d'irréversibilité seront approfondies à cette occasion . On montrera, sur des exemples simples, que le second principe est bien un principe d'évolution.

- Définition thermodynamique de la température. Entropie d'un gaz parfait ; loi de Laplace.

On admettra l'identité entre température absolue et température des gaz parfaits.
Toute interprétation statistique de l'entropie est hors programme.

5.6 Applications des deux principes

Les fonctions F et G sont hors programme.

- Coefficients calorimétriques d'un fluide homogène : capacités thermiques massiques isobare et isochore c_P et c_V, coefficients l et h ; relations de Clapeyron pour un fluide homogène.

L'étude des conséquences de la stabilité de l'équilibre thermodynamique sur les coefficients calorimétriques ou thermoélastiques est strictement hors programme.
On pourra proposer en travaux dirigés l'étude d'un système non fluide tel que le fil métallique élastique.

- Machines thermiques motrices et réceptrices. Rendement des moteurs. Coefficient d'efficacité – ou de performance – des récepteurs. Théorème de Carnot.

On insistera sur les applications pratiques de celle étude, en précisant la modélisation des évolutions: moteurs et centrales thermiques, thermopompes, installations frigorifiques : on étudiera, en exercice, le cas de sources de températures variables.

5.7 Changement d'état d'un corps pur

- Chaleur latente, enthalpie et entropie de changement d'état.

La relation de Clapeyron est exclue, de même que la "chaleur interne" (variation d'énergie interne).

- Diagrammes température-pression d'équilibre. Point triple ; point critique.

On se limitera aux changements d'état solide-liquide-gaz.

- Diagrammes de Clapeyron dans le cas liquide-vapeur. Palier de saturation, liquide saturant, vapeur saturante sèche.

5.8 Systèmes en écoulement permanent

- Utilisation d'un diagramme ou de valeurs expérimentales.

On se limitera à l'étude simple d'un compresseur ou d'une turbine - on montrera l'intérêt des écoulements permanents dans le cadre de systèmes industriels. On mentionnera la distinction entre diagramme de Clapeyron et diagramme de Watt.
On établira la relation $\Delta(h + e_c) = w_{utile} + q$, où w_{utile} (également noté w_i) est le travail massique indiqué. Aucune connaissance des diagrammes de Mollier n'est exigible.

6 - Equilibres chimiques en solutions aqueuses

L'objet du présent chapitre est de fournir les bases nécessaires à la compréhension des réactions en solutions aqueuses, en mettant l'accent sur les processus d'oxydoréduction.
La réflexion sur les phénomènes sera privilégiée en évitant toute dérive calculatoire. En particulier, on évitera les calculs dont le seul objectif est la détermination d'un pH. L'outil informatique sera utilisé comme aide à l'interprétation des résultats expérimentaux.

Programme	Commentaires
6.1 L'eau liquide et l'eau solvant	
- Propriétés de l'eau liquide, paramètres caractérisant l'eau en tant que solvant, dissolution, solvatation, l'eau solvant polaire, ionisé et ionisant.	*On reviendra sur la notion de moment dipolaire électrostatique.*
6.2 Notion d'équilibre chimique en solution aqueuse. Constantes d'équilibre. On définira la constante d'équilibre d'une réaction en solution aqueuse directement à partir des concentrations.	*On mentionnera que les constantes d'équilibre ne dépendent que de la température.*
6.3 Réactions acide-base en solution aqueuse	
- Définitions, exemples de couples acide-base, espèces fortes et faibles, définition de la constante d'acidité K_a, classification des couples acide/base ; domaines de prédominance de la forme acide et de la forme basique ; les couples de l'eau.	
- Calcul du pH des solutions suivantes : - solution d'un monoacide fort, - solution d'une monobase forte, - solution d'un monoacide faible, - solution d'une monobase faible.	*Le professeur insistera sur la justification des approximations.*
- Réactions acide-base dans les cas suivants : - monoacide fort / monobase forte, - monoacide faible / monobase forte, - monoacide fort / monobase faible.	*A partir de mesures expérimentales de pH, on dégagera le concept de réaction acide/base, échange de H^+. Quelques dosages acido-basiques simples seront effectués en travaux pratiques.*
6.4 Equilibres d'oxydoréduction en solution aqueuse	
- Présentation des équilibres et réactions d'oxydoréduction en solution aqueuse ; bilan d'échange des électrons, dans un couple accepteur/donneur.	*On rapprochera cette étude de celle des réactions acide-base.*
- Couple oxydant-réducteur ; potentiel d'électrode ; formule de Nernst, prévision des réactions d'oxydoréduction. Cas des couples oxydant-réducteur de l'eau.	*La formule de Nernst ne sera pas démontrée. La notion de nombre d'oxydation sera exploitée au fur et à mesure des besoins.*
- Dosages d'oxydoréduction par potentiométrie.	*Cette partie sera abordée en travaux pratiques, sans développement.*
6.5 Réactions de précipitation	
- Formation de précipités ; domaines d'existence ; produit de solubilité ; influence du pH sur la précipitation.	*Cette présentation sera faite en vue de l'étude des diagrammes potentiel-pH.*
6.6 Diagrammes potentiel-pH	
- Construction et utilisation du diagramme potentiel-pH du fer.	*En dehors du cas du fer, on ne pourra exiger que l'exploitation des diagrammes potentiel-pH.*

Travaux pratiques

Les étudiants des classes de ATS ont suivi leurs études antérieures dans des filières très différentes. Certains ont atteint un bon niveau de connaissances et de savoir-faire dans telle ou telle partie du domaine expérimental, compte tenu du temps qui était imparti aux travaux pratiques. D'autres ont moins développé ce domaine.

Il convient maintenant que les sujets de travaux pratiques proposés permettent à tous les étudiants d'acquérir une bonne maîtrise de l'ensemble des appareils et des méthodes du programme et les habituent à les utiliser en faisant preuve d'initiative et d'esprit critique. Ces sujets doivent donc tenir compte de la filière d'origine de l'étudiant afin de lui assurer le nécessaire complément de formation.

On doit s'efforcer de développer chez les étudiants une bonne faculté d'adaptation à un problème qui peut être nouveau, à condition qu'il soit présenté de façon progressive. La nouveauté peut résider dans le phénomène étudié, dans la méthode particulière ou dans l'appareillage. Dans cette hypothèse, la séance doit comporter, non seulement la manipulation proprement dite, mais aussi des temps de réflexion, de construction intellectuelle, de retour en arrière, d'échanges avec le professeur. C'est pourquoi ce dernier choisira les sujets d'études plus en raison de leurs qualités formatrices que des phénomènes particuliers qui en constituent le support. Aidé par un commentaire suffisamment précis, surtout si le sujet traité fait intervenir un concept nouveau (ou un appareil nouveau), l'étudiant sera amené à réfléchir, à comprendre le phénomène par une série d'hypothèses, de vérifications expérimentales qui exigeront de lui initiative, savoir-faire et rigueur. La séance de travaux pratiques donnera lieu à une synthèse écrite comportant, sous forme succincte, l'indication et l'exploitation des résultats. A cet égard, on attachera de l'importance à l'interprétation des mesures, à leur précision et à l'analyse des causes d'erreur. On favorisera la présentation graphique.

Une trop grande exigence sur le savoir-faire théorique et expérimental ne pourrait que conduire à une inflation qui irait à l'encontre du but recherché. La liste figurant in fine définit les limites du programme. A dessein, elle ne fixe pas une liste de travaux pratiques à exécuter, mais elle indique les méthodes expérimentales ainsi que les appareils spécifiques à la section, accompagnés de leurs spécifications techniques, qui seront utilisés au cours des séances de travaux pratiques. La connaissance du principe ou du fonctionnement interne de ces appareils n'est pas exigible. Le professeur définira un cadre compatible avec les règles de sécurité au laboratoire aussi large que possible en soulignant les nombreuses implications des sciences physiques et chimiques dans la vie courante.

L'utilisation d'un ordinateur, soit pour l'acquisition et le traitement de données expérimentales, soit pour la comparaison des résultats de mesures aux données théoriques, évitera des calculs longs et répétitifs, et favorisera le tracé de courbes. On pourra ainsi multiplier les expériences en faisant varier les conditions d'expérimentation et en montrant, en particulier, l'influence des paramètres pertinents sur le phénomène étudié, et renforcer ainsi le lien entre la théorie et les travaux expérimentaux, par référence à des modèles de divers niveaux d'élaboration. Le recours à l'ordinateur permettra, en liaison avec la démarche expérimentale, de dégager l'intérêt et les limites d'une modélisation.

Une liaison internet par le réseau de l'établissement devra être disponible sur chaque poste de T.P. et permettre un accès aisé aux bases de données nécessaires.

Thèmes et méthodes	***Matériel et logiciels*** *Seuls sont cités ici les matériel et logiciels spécifiques à la section.*
1- L'architecture de la matière - Utilisation des modèles moléculaires et cristallins. - La réaction chimique : illustration, sur des exemples simples, de divers types de réactions.	*Logiciel de cristallochimie.*
2- Mécanique - Etude de mouvements simples. - Mesure des grandeurs caractéristiques d'un système oscillant, mécanique (ou électrique) ; étude des régimes transitoires et forcés; oscillations entretenues, résonance.	*On pourra utiliser un logiciel de simulation..*
3- Electromagnétisme - On pourra, en liaison avec l'enseignement de génie électrique, compléter les connaissances et méthodes préalablement acquises en matière de mesures courantes de grandeurs et paramètres électriques ainsi que de caractérisation d'opérateurs linéaires simples. - Illustration du phénomène d'interférences lumineuses (fentes d'Young).	*Oscilloscope à mémoire, numérique, avec interface ordinateur et logiciels associés.* *On pourra observer les analogies avec les interférences mécaniques et sonores.*
4- Optique géométrique - Illustration des lois de Descartes ; le prisme. - Formation d'images par un système optique simple : on se limitera à l'utilisation d'un viseur et à la modélisation d'une lunette. - Méthodes de focométrie : détermination des focales d'une lentille mince convergente ou divergente.	*Collimateur.* *Lunette autocollimatrice.* *Viseur à frontale fixe.* *Spectrogoniomètre.* *Lampe spectrale.*
5- Thermodynamique	
6- Equilibres chimiques en solutions aqueuses - Méthodes de dosages volumétriques à l'aide d'indicateurs de fin de réaction. - Tracé et exploitation des courbes de titrage par pH-métrie et potentiométrie. - Détermination de constantes thermodynamiques en solution aqueuse : - constante d'acidité ; - potentiel standard d'oxydoréduction.	

Annexe II

Classe de technologie industrielle pour techniciens supérieurs (ATS)

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

ORGANISATION PEDAGOGIQUE

I - Répartition des enseignements

Dans ces classes les étudiants, quelle que soit leur origine, reçoivent un enseignement de tronc commun et un ensemble d'enseignements complémentaires correspondants aux groupes d'écoles visées.
Ainsi, en fonction des écoles visées, chacun se voit proposer un enseignement plus orienté vers l'études des systèmes de gestion de l'information et de l'énergie ou plus vers celle des systèmes mécaniques automatisés. Certains compléments optionnels peuvent faciliter la préparation à des écoles n'appartenant pas au champ de la mécanique ou du génie électrique.
La partie commune est enseignée en classe entière, groupe de travaux dirigés ou pratiques pour un volume total de l'ordre de 95 heures année. La diversification correspondant à des compléments et à des applications spécifiques est assurée par l'association des enseignements complémentaires pour l'équivalent de 94 heures.
Quelles que soient les options prises l'enseignement des sciences industrielles pour l'ingénieur est organisé annuellement. La répartition hebdomadaire de ces enseignements correspond à 2 heures de cours, 2 heures de travaux dirigés, 3 heures de travaux pratiques.
Sur la base de 189 heures annuelles, soit 27 semaines de 7 heures (1), l'enseignement s'organise comme indiqué dans les tableaux des pages suivantes.
Dans le cadre horaire global, la répartition de chaque contenu d'enseignement, entre cours, travaux dirigés et travaux pratiques, n'est pas imposée chaque équipe enseignante pouvant s'organiser sur la base de ses propres stratégies pédagogiques et des contraintes matérielles locales, et notamment de la disponibilité des locaux et des matériels.

(1) Ce volume horaire ne comprend pas les périodes d'évaluation : partiels, concours blancs, ... ni la préparation aux épreuves orales, qui viennent en complément.

Enseignements communs (total 95 h)

PROGRAMME D'ENSEIGNEMENTS COMMUNS (EC)	HORAIRES
MECANIQUE GENERALE	21 h
Modélisation des liaisons entre solides	
Modélisation des actions mécaniques	
Cinématique du solide	
Dynamique des systèmes de solides	
ETUDE DES SYSTEMES MECANIQUES	24 h
Analyse des systèmes mécaniques	
Etude interne des mécanismes	
Etude des liaisons	
Cotation	
ELECTROTECHNIQUE ET ELECTRONIQUE	50 h
Electronique du signal	
Systèmes combinatoires et séquentiels	
Conversion d'énergie électrique	
Systèmes asservis linéaires et continus	

Ainsi, les étudiants recevront un enseignement commun de :
- mécanique générale (de l'ordre de 6 heures de cours et 15 heures de travaux dirigés ou pratiques) ;
- étude des systèmes mécaniques (de l'ordre de 7 heures de cours et 17 heures de travaux dirigés ou pratiques) ;
- électronique et électrotechnique (de l'ordre de 14 heures de cours et 36 heures de travaux dirigés ou pratiques).

Cet enseignement commun est utile à la quasi totalité des écoles accessibles. Cette organisation permet d'aborder, dans les enseignements communs, le minimum de connaissances de mécanique, de génie électrique et d'automatique indispensable à une approche systémique des problèmes industriels.

Enseignements complémentaires (total 94 h)

Les enseignements complémentaires ci-après peuvent être associés à l'enseignement commun, à concurrence de 94 heures.
Les horaires ne sont qu'indicatifs et peuvent être modulés, en plus ou en moins, voire modifiés, de façon à constituer un tout cohérent adapté aux groupes d'écoles visées.

•1 - Enseignements complémentaires du domaine de la construction mécanique

M1 : MECANIQUE GENERALE	HORAIRES
Modélisation des actions mécaniques Cinématique du solide Dynamique et statique	50 h

M2 : CONSTRUCTION MECANIQUE	HORAIRES
Etude interne des mécanismes Définition graphique de sous-ensembles de systèmes mécaniques Etude des liaisons Cotation Lubrification et étanchéité	34 h

M3 : FABRICATION MECANIQUE	HORAIRES
Etude des matériaux Obtention des bruts	10 h

•2 - Enseignements complémentaires du domaine du génie électrique

E1 : ELECTRONIQUE DU SIGNAL	HORAIRES
Electrocinétique Systèmes linéaires et continus Composants Amplificateurs intégrés	30 h

E2 : SYSTÈMES COMBINATOIRES ET SÉQUENTIELS	HORAIRES
Logique combinatoire Logique séquentielle Grafcet	20 h

E3 : ELECTROTECHNIQUE	HORAIRES
Electronique de puissance Circuits magnétiques ; transformateurs Machines tournantes	35 h

E4 : SYSTEMES ASSERVIS LINEAIRES ET CONTINUS	HORAIRES
Stabilité des systèmes bouclés Précision des systèmes bouclés	9 h

•3 - Enseignements complémentaires de diversification

Ces modules ne sont définis qu'en terme de volume horaire approximatif. Les contenus sont à élaborer avec les écoles intéressées sur la base d'accords locaux.

On peut, par exemple, suggérer les modules suivants :

D1 : GENIE DES PROCEDES	HORAIRES
GENIE DES PROCEDES	A définir

D2 : MECANIQUE DES STRUCTURES APPLIQUEE AU GENIE CIVIL	HORAIRES
MECANIQUE DES STRUCTURES ADAPTEE AU GENIE CIVIL	A définir

D3 : HYDRAULIQUE	HORAIRES
MECANIQUE DES FLUIDES	A définir

Les enseignements complémentaires sont associables en complément à l'enseignement commun (EC).
Ils peuvent venir en substitution de certains enseignements complémentaires Mn ou Ei pour un volume horaire équivalent.
Cette organisation de l'enseignement, quelles que soient les associations, doit permettre une approche systémique qui est la base de la démarche pédagogique en classe préparatoire ATS.
Cette organisation permet de dispenser un enseignement commun à tous afin de consolider et harmoniser les acquis antérieurs, et un enseignement orienté vers les études d'ingénieurs visées qui organise et conceptualise ces mêmes acquis.

II - Organisation des groupes

La rénovation des classes ATS s'appuie sur un enseignement de sciences industrielles pour l'ingénieur qui englobe et fédère les champs technologiques usuels : cette démarche impose de ne pas mettre en place des enseignements totalement séparés et spécifiques pour chacune des origines de BTS.
Il existe un tronc commun à toutes les origines où tous les élèves du groupe classe suivent ensemble le même enseignement. La masse horaire correspondante est celle d'une demi année scolaire sans que cela implique que chronologiquement cet enseignement précède les autres. L'articulation des enseignements relève de l'exercice de la liberté pédagogique. Cet enseignement induit une charge horaire professeur calculée comme suit :

Effectif classe N :	24>N>15	[2h Cours + 2h TD + 3h TP x 2] x 0,5	= 5h professeur
	30>N>24	[2h Cours + 2h TD x 2 + 3h TP x 2] x 0,5	= 6h professeur
	45>N>30	[2h Cours + 2h TD x 2 + 3h TP x 3] x 0,5	= 7,5h professeur

La diversification des origines des étudiants et la prise en compte des spécificités de leur formation en sections de techniciens supérieurs et un autre axe de la rénovation et conduit à la mise en place d'un enseignement partiel plus ciblé. Actuellement, les lycées pratiquent des enseignements séparés destinés aux deux pôles du génie mécanique et génie électrique, l'objectif fixé étant d'adjoindre éventuellement dans chaque lycée un pôle supplémentaire adjacent à ceux existants : par exemple, génie civil, génie électronique, génies des procédés, génie chimique, etc....
Dans ce cas, les enseignements modulaires ou spécifiques comptant pour une demi année, ils induisent une charge horaire professeur calculée comme suit :

Groupe G1	[2h Cours + 2h TD + 3h TP] x 0,5	= 3,5h professeur
Groupe G2	[2h Cours + 2h TD + 3h TP] x 0,5	= 3,5h professeur
Groupe G3	[2h Cours + 2h TD + 3h TP] x 0,5	= 3,5h professeur

Si un troisième groupe ne se justifie pas compte tenu des effectifs concernés, cela pourra induire cependant le dédoublement de l'un des groupes selon les modalités suivantes :

Groupe G1	[2h Cours + 2h TD + 3h TP] x 0,5	= 3,5h professeur
Groupe G2, effectif N		
1er cas 24>N>15	[2h Cours + 2h TD + 3h TP x 2] x 0,5	= 5h professeur
2ème cas 30>N>24	[2h Cours + 2h TD x 2 + 3h TP x 2] x 0,5	= 6h professeur

La grille horaire initiale ne comporte pas d'enseignement spécifique d'informatique. Les travaux pratiques de sciences industrielles pour l'ingénieur et de sciences physiques intègrent l'approche et la pratique de l'informatique appliquée.

Classe de technologie industrielle pour techniciens supérieurs (ATS)
Programme de Mécanique

PROGRAMME D'ENSEIGNEMENTS COMMUNS	HORAIRES Σ = 45 h
MECANIQUE GENERALE Modélisation des liaisons entre solides Modélisation des actions mécaniques Cinématique du solide Dynamique des systèmes de solides ETUDE DES SYSTEMES MECANIQUES Analyse des systèmes mécaniques Etude interne des mécanismes Etude des liaisons Cotation	

M1 : MECANIQUE GENERALE	HORAIRES Σ = 50 h
Modélisation des actions mécaniques Cinématique du solide Dynamique et statique	

M2 : CONSTRUCTION MECANIQUE	HORAIRES Σ = 34 h
Etude interne des mécanismes Définition graphique de sous-ensembles de systèmes mécaniques Etude des liaisons Cotation Lubrification et étanchéité	

M3 : FABRICATION MECANIQUE	HORAIRES Σ = 10 h
Etude des matériaux Obtention des bruts	

Programme d'enseignements communs

Mécanique générale (Durée totale recommandée : 21 h)

Au terme de cet enseignement, l'étudiant doit être capable de caractériser le comportement mécanique d'une chaîne d'actions.

Le choix des exemples évitera les longs développements calculatoires et favorisera la réflexion et une approche méthodique.

Etude des systèmes mécaniques (Durée totale recommandée : 24 h)

On s'attachera, à travers des études de cas, à traiter les différentes parties de ce programme de manière coordonnée avec les autres enseignements du génie mécanique.

L'étudiant doit être capable d'identifier et caractériser les fonctions assurées par le système et identifier les structures qui les réalisent.

MECANIQUE GENERALE   Enseignement commun

Contenus	Objectifs	Commentaires
1 Modélisation des liaisons entre solides • *Liaisons normalisées* • *Graphe des liaisons (structure)* • *Torseurs cinématiques* • *Degrés de liberté*	Un système mécanique réel ou sur plan étant fourni : - proposer une modélisation des liaisons. - réaliser le graphe de structure. - construire les schémas cinématiques (cf. ci-dessous).	La notion de «solide» doit être précisée selon les domaines d'application de la mécanique du solide. Ces approches seront conduites conjointement à l'étude des liaisons (voir partie 2).
2 Modélisation des actions mécaniques • *Définitions* • *Torseur des interefforts (liaisons parfaites)*	- associer à une liaison modélisée les torseurs statiques et cinématiques correspondants. - construire les schémas d'architectures.	Schéma cinématique : schéma minimal qui permet la description des mouvements. Schéma d'architecture : schéma qui permet de calculer les actions mécaniques dans les liaisons.
3 Cinématique du solide		
• *Paramétrage de position*	- lire et interpréter le paramétrage.	Le paramétrage des mécanismes étudiés sera donné.
• *Vitesse, torseur cinématique, accélération*		
- Vecteur rotation	- définir le vecteur rotation d'un solide par rapport à un repère.	
- Vecteur vitesse d'un point d'un solide par rapport à un repère	- déterminer pour tous points d'un solide le vecteur vitesse instantanée. - utiliser la relation de dérivation dans un repère mobile.	Limiter à l'énoncé des résultats (les démonstrations relèvent du programme de physique). Limiter à une utilisation en relation avec le cours de physique.
- Torseur cinématique	- écrire le torseur cinématique d'un solide en mouvement par rapport à un repère.	
- Vecteur accélération d'un point d'un solide par rapport à un repère	- exprimer analytiquement le vecteur accélération d'un point d'un solide.	On évitera les longs développements mathématiques. L'utilisation de logiciels permettra une étude plus approfondie et plus rapide.

4 Dynamique des systèmes de solides (m = cste) • *Statique :* - énoncé du principe - conditions de la statique - équilibre d'un solide, d'un système de solides - théorème des actions mutuelles • *Cinétique :* - caractéristiques d'inertie - torseur cinétique - torseur dynamique - énergie cinétique • *Principe fondamental de la dynamique* - théorèmes généraux - travail et puissance - théorème de l'énergie cinétique	Etablir les relations entre les actions mécaniques et les mouvements qu'elles provoquent. - énoncer le principe. - vérifier que chacun des solides d'un système en équilibre satisfait aux conditions d'équilibre. - déterminer les torseurs cinétiques et dynamiques d'un solide soit en un point fixe soit au centre d'inertie. - calculer l'énergie cinétique d'un solide. - utiliser le principe fondamental de la dynamique pour un solide. - calculer un travail fourni par une action mécanique simple (force, couple). - calculer une puissance. - utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour un solide.	L'exploitation de logiciels permettra une étude plus approfondie et plus rapide. On se limitera aux mécanismes isostatiques. La matrice d'inertie sera fournie.

ETUDE DES SYSTEMES MECANIQUES Enseignement commun

Contenus	Objectifs	Commentaires
1 Analyse des systèmes mécaniques • *Définitions* - système - sous-système - fonction	- identifier et caractériser les fonctions assurées par le système et identifier les structures qui les réalisent.	Les activités seront organisées autour de systèmes pluritechnologiques réels appareillés, éventuellement didactisés, et de dossiers techniques.

• *Méthodes et outils d'analyse fonctionnelle et de description* • *Relations entre les structures et les fonctions*	- on fera appel au diagramme FAST pour conduire cette analyse.	L'élaboration d'un diagramme FAST ne sera pas demandée . Seule la lecture sera demandée.
2 Etude interne des mécanismes • *Architecture interne* • *Analyse de l'agencement des éléments et des composants*	- lire un plan d'ensemble. - établir un schéma cinématique (schéma qui permet la description des mouvements). - établir le schéma d'architecture (schéma qui permet de calculer les actions mécaniques dans les liaisons).	Utilisation de la documentation industrielle. On se limitera à des mécanismes simples.
3 Etude des liaisons • *Liaison encastrement :* - immobilisation par obstacle ou par adhérence • *Liaisons pivot et pivot glissant :* - réalisation par glissement et par roulement • *Liaison glissière :* - réalisation par glissement et par roulement • *Liaison hélicoïdale :* - réalisation par glissement et par roulement	- identifier, analyser, justifier les solutions retenues. - identifier, analyser, justifier les solutions retenues. - identifier, analyser, justifier les solutions retenues. - identifier, analyser, justifier les solutions retenues.	Utilisation de documentation industrielle.
4 Cotation • *Spécification des conditions fonctionnelles sur le dessin d'ensemble*	- lire et interpréter les ajustements placés sur le dessin d'ensemble.	

Programme d'enseignements complémentaires

M1 Mécanique générale (Durée totale recommandée : 50 h)

L'objectif de cette partie de programme est de rendre l'étudiant capable de concevoir l'avant-projet d'un ensemble mécanique de complexité limitée.

Les objectifs mentionnés pour chaque chapitre sont ceux qui sont à atteindre par les étudiants ayant opté pour les concours du domaine de la mécanique, **ils incluent ceux du programme d'enseignements communs**.

Le choix des exemples et des études de cas devra favoriser l'approche méthodologique et éviter les longs développements calculatoires.

M2 Construction mécanique (Durée totale recommandée : 34 h)

L'objectif de cette partie du programme est de rendre l'étudiant capable de :

- déterminer, à partir de documentations industrielles, les différents constituants à mettre en œuvre dans le mécanisme ;
- réaliser un avant-projet d'agencement des composants choisis ;
- établir une cotation fonctionnelle de l'avant-projet.

On s'attachera, à travers des études de cas, à traiter, de manière coordonnée avec les autres enseignements du génie mécanique, les différentes parties de ce programme. Celles-ci feront l'objet d'une intégration partielle et progressive dans les différents exemples traités au cours de l'année.

M3 Fabrication mécanique (Durée totale recommandée : 10 h)

L'objectif de cette partie du programme est de rendre l'étudiant capable :

- d'identifier ou de proposer un matériau pour une pièce ;
- de définir le mode d'obtention du brut d'une pièce ;
- de dessiner des pièces simples de fonderie.

Les différents savoirs abordés dans cette partie ne seront pas à traiter séquentiellement, mais devront être abordés à l'occasion de chaque étude de cas.

M1 MECANIQUE GENERALE Enseignement complémentaire

Contenus	Objectifs	Commentaires
1 Modélisation des actions mécaniques • *Actions mécaniques* - à distance - de contact	Modéliser (par l'outil torseur) une action mécanique au niveau d'une liaison. - exprimer le torseur correspondant à une action mécanique. - définir la position du centre de gravité dans les cas élémentaires. - associer à une liaison normalisée le torseur correspondant.	
• *Lois de Coulomb*	- utiliser les relations déduites des	La résistance au pivotement et la

	lois de Coulomb pour un contact ponctuel dans le cas de contacts surfaciques. (Dans le cas d'une étude d'équilibre)	résistance au roulement ne donneront lieu à aucun exercice.
2 Cinématique du solide	Pour un mécanisme donné : lire et interpréter le paramétrage ; quantifier le comportement cinématique.	
• *Paramétrage*		
- Paramétrage des mécanismes	- associer des repères aux solides et choisir des paramètres pour repérer la position des solides les uns par rapport aux autres.	Limiter aux mécanismes ne nécessitant pas l'utilisation des angles d'Euler.
- Lois Entrée - Sortie	- établir les relations existant entre paramètres d'entrée et paramètres de sortie d'un mécanisme.	
• *Torseur cinématique*		
- Champ des vecteurs vitesse d'un solide, torseur cinématique	- choisir la méthode la plus appropriée pour le calcul d'un vecteur vitesse.	
• *Vitesse de glissement*		
- Roulement sans glissement	- exprimer le torseur cinématique relatif au point de contact entre 2 solides.	
• *Composition des vitesses*	- établir les relations vectorielles dans les mécanismes de transformation de mouvement ainsi que les relations entre les paramètres.	
• *Composition des torseurs cinématiques*	- utiliser les relations de composition des vecteurs rotation et des vecteurs vitesse pour exprimer un torseur cinématique.	
• *Mouvement plan, centre instantané de rotation*		
- Equiprojectivité		
- Centre instantané de rotation	- déterminer graphiquement le C.I.R. d'un mouvement.	Le théorème des 3 plans glissants n'est pas au programme.
- Base et roulante		Limiter à la notion de base et roulante (la notion de profils conjugués et son application à la denture en développante de cercle pourront être développés en T.P.).
- Trains d'engrenages	- utiliser les relations entre les vecteurs rotation pour les différents solides des trains simples et des trains épicycloïdaux.	

3 Dynamique et Statique	Pour un mécanisme donné, déterminer les efforts et les mouvements mis en jeu.	
• *Statique*		
- isostatisme et hyperstatisme	- déterminer le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme.	La théorie des mécanismes n'est pas au programme.
- applications du principe fondamental de la statique	- déterminer le système d'équations nécessaire à la seule détermination des inconnues recherchées.	Les méthodes de résolution graphique ne sont pas au programme.
• *Cinétique :*		
- caractéristiques d'inertie. Opérateur d'inertie	- calculer, dans des cas élémentaires, la matrice d'inertie d'un solide au centre de gravité G.	
- théorème de Huygens	- déterminer les caractéristiques d'inertie d'un solide en un point quelconque.	
- énergie cinétique	- calculer l'énergie cinétique d'un ensemble de solides.	
• *Dynamique des systèmes de solides*	- déterminer les paramètres dynamiques d'un solide ou d'un système de solides.	Les mouvements autres que les rotations autour d'un point fixe ou de G ne sont pas au programme. Le gyroscope n'est pas au programme. L'équilibrage des rotors ne sera abordé qu'en T.D.
- utilisation du principe fondamental de la dynamique : application des théorèmes généraux		
- *travail, puissance, énergie potentielle*	- calculer la puissance développée par une action mécanique (utilisation possible du produit des torseurs d'actions mécaniques et cinématique, dans le cas d'un solide).	
- énergie *cinétique, théorème de l'énergie cinétique*	- calculer l'énergie cinétique d'un solide ou d'un ensemble de solides (utilisation possible du produit des torseurs cinétique et cinématique). - utiliser, dans des cas simples, le théorème de l'énergie cinétique pour résoudre un problème.	

M2 CONSTRUCTION MECANIQUE Enseignement complémentaire

Contenus	Objectifs	Commentaires
1-a Etude interne des mécanismes • *Architecture interne* • *Analyse de l'agencement des éléments et des composants*	- interpréter un plan afin d'établir les schémas cinématique et d'architecture du mécanisme qu'il représente.	Schéma cinématique : schéma minimal qui permet la description des mouvements. Schéma d'architecture : schéma qui permet de calculer les actions mécaniques dans les liaisons.
1-b Définition graphique de sous-ensembles de systèmes mécaniques • *Recherche et exploitation de documentations industrielles* • *Analyse comparative de solutions* • *Dessin d'une solution constructive*	- exécuter manuellement ou à l'aide d'un système de DAO, un dessin d'avant-projet pour un sous-ensemble mécanique de complexité limitée correspondant à l'association de 2 ou 3 des fonctions définies dans les paragraphes suivants.	L'exploitation de bases de données et de logiciels d'aide à la décision permettront de développer des méthodologie de choix de composants.
Ces activités seront réalisées progressivement au fur et à mesure de l'acquisition des connaissances ci-dessous qui pourront être acquises à la suite d'un cours ou à l'occasion d'un travail conduit sur un dossier technique de manière inductive.		
• *Cotation sur le sous-ensemble* • *Cotation sur le dessin de définition (voir § 3)*		
2 Etude des liaisons • *Liaison encastrement :* - immobilisation par obstacle ou par adhérence - dispositions constructives à partir de plans ou cylindres prépondérants - conditions d'utilisation et calculs relatifs à la transmission d'un couple	- choisir des surfaces fonctionnelles pour transmettre les efforts et assurer la mise en position. - dimensionner les assemblages cylindriques (clavettes, cannelures).	Les dispositions constructives réalisant les accouplements rigides seront traitées. Les calculs des clavettes se feront à partir de la pression de matage, les valeurs admissibles seront fournies. Le collage, le freinage, les calculs des organes filetés précontraints, les calculs par pincement, par déformation élastique ou par coincement auto-fretté ne sont pas au programme.

• *Liaisons pivot et pivot glissant :* - réalisation par glissement et par roulement	- choisir la technologie la plus adaptée au problème de guidage en rotation. - vérifier les dimensions des éléments constituant la liaison.	Les calculs seront conduits à partir des documents constructeur. La théorie de Hertz n'est pas au programme.
La formule L = $(C/P)^n$ doit être connue, les autres formules seront données. Le réglage du jeu des roulements à contact oblique est au programme. Les applications des roulements dans des conditions particulières de guidage, les calculs de déflexions ou précharges, type machine-outil, seront exclus. Les calculs de durée de vie des roulements feront uniquement l'objet de calculs de vérification à partir de documents constructeurs. On dégagera les règles d'application des roulements et une méthode de recherche de solution d'immobilisation axiale minimale.		
		Les guidages hydrostatiques et hydrodynamiques ne sont pas au programme.
• *Liaison glissière :* - réalisation par glissement et par roulement • *Liaison hélicoïdale :* - réalisation par glissement et par roulement - liaisons par glissement : solutions constructives, domaines d'application, rendement, réversibilité - liaisons par roulement. • *Liaison rotule :*	Pour les 3 liaisons suivantes : - proposer des solutions constructives et déterminer les plus adaptées au problème à résoudre. - dimensionner, à partir de documents industriels, les éléments constituant les liaisons.	Sauf pour la liaison glissière par glissement, aucun calcul ne sera demandé. Leur conception sera limitée à la mise en place d'éléments normalisés à partir des documents de montage des constructeurs. Utilisation des éléments du commerce. Utilisation des éléments du commerce.
3 Cotation • *Spécification des conditions fonctionnelles sur le dessin d'ensemble* • *Cotation fonctionnelle : principe d'établissement des chaînes de cotes* • *Spécifications géométriques sur un dessin de définition*	- mettre en place la cotation fonctionnelle relative aux ajustements sur un dessin d'ensemble. - établir une chaîne de cotes à partir de conditions données. - reconnaître une spécification de position, de forme et d'état de surface sur un dessin de définition.	Lors de l'exécution de dessins de définition de produit, on se limitera à l'établissement de la cotation relative à quelques conditions fonctionnelles.

4 Lubrification, étanchéité • *Lubrification onctueuse à l'huile ou à la graisse* • *Etanchéité statique et dynamique : solutions constructives courantes et domaine d'application*	- choisir un joint adapté à un problème d'étanchéité dans un catalogue ou en utilisant un logiciel. - représenter sur un dessin d'avant-projet les principales dispositions technologiques d'étanchéité statique et dynamique en translation ou en rotation pour des arbres.	On se limitera, pour l'huile, à la lubrification par barbotage. Le graissage centralisé n'est pas au programme.

M3 FABRICATION MECANIQUE Enseignement complémentaire

Contenus	Objectifs	Commentaires
1 Etude des matériaux • *Matériaux métalliques :* - désignation normalisée - comportement aux essais de traction et de dureté • *Matériaux non métalliques :*	- donner la composition d'un alliage. - interpréter une courbe d'essai de traction. - interpréter une spécification de dureté.	Limiter à une information succincte sur les grandes familles de matières plastiques.
2 Obtention des bruts • *Soudage* • *Fonderie* • *Estampage, emboutissage*	- décrire les principaux procédés. - dégager les règles principales pour la conception des pièces.	Limiter à une information générale sur les procédés (cassettes vidéo, films, ...).

Classe de technologie industrielle pour techniciens supérieurs (ATS)

Programme de Génie Électrique.

Programme d'enseignement commun : Électrotechnique et Électronique. (50H)

Cet enseignement doit permettre à un étudiant, quel que soit son domaine de compétence initial, d'appréhender un système pluritechnologique dans son ensemble et d'en maîtriser les structures essentielles. On s'attachera, pour chaque domaine, à permettre à l'étudiant de s'approprier les notions de base, comme la mise en équations des circuits, utiliser les outils mathématiques fondamentaux de l'électricien, analyser une structure de conversion ou de modulation d'énergie.

Volume horaire recommandé ↓

Contenus	Objectifs	Commentaires	
1 – Électronique du signal			
Electrocinétique			
Dipôles élémentaires	Déterminer les réponses des dipôles de base aux stimuli fondamentaux (signal sinusoïdal, échelon) en utilisant le formalisme des complexes et les équations différentielles.		7H
Circuits électriques	Savoir utiliser les lois et théorèmes de l'électrocinétique (Kirchoff, superposition, Thévenin, Norton, Millman)		
Signaux électriques	Savoir calculer les valeurs moyennes et efficaces d'un signal pérodique.		
Systèmes linéaires et continus			
Circuits du 1er et 2ème ordre en régime harmonique.	Établir la transmittance du circuit en régime harmonique. Tracer les diagrammes de Bode (gain et phase) de cette transmittance.	On pourra utiliser le formalisme de Laplace en s'aidant des tables de transformées usuelles.	9H
Circuits du 1er et 2ème ordre en régime variable.	Déterminer la réponse d'un circuit à un échelon. Caractériser les familles de réponse indicielle du second ordre en fonction du facteur d'amortissement.	L'utilisation d'un logiciel de simulation validera les méthodes de résolution utilisées.	
Amplification linéaire intégrée			
Montages fondamentaux à base d'amplificateurs linéaires intégrés.	Mettre en équation les montages utilisés en régime linéaire. Déterminer le comportement des montages non-linéaires suivants : comparateur à hystérésis, montage astable	L'utilisation d'un logiciel de simulation validera les méthodes de résolution utilisées.	5H

Contenus	Objectifs	Commentaires	
2 – Électronique numérique			
Numération, algèbre de Boole **Logique combinatoire.** **Logique séquentielle, mémorisation (bascules RS, JK, D), comptage.**	Appliquer les techniques de détermination et de réduction des équations booléennes Analyser une structure réalisée à partir d'opérateurs de base. Analyser une structure réalisée à partir d'opérateurs de base.	L'algèbre de Boole et la numération sont aussi abordés dans le chapitre consacré aux automatismes industriels. On veillera donc à la cohérence de l'approche sur ce sujet. Pour chaque fonction étudiée on s'appuiera sur des notices constructeurs.	4H
3 – Conversion d'énergie électrique			
Électronique de puissance **Composants** **Le pont PD2 tout thyristor** **Réversibilité en tension et en courant**	Connaître les propriétés et le comportement de la diode et du thyristor. Déterminer les chronogrammes des tensions et des courants. Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge. Calculer les courants moyens et efficaces. Calculer la puissance transmise ou fournie par la charge.	La charge envisagée est une machine à courant continu que l'on assimile à une source de courant constant. Les interrupteurs sont idéaux.	3H
Électronique de puissance **Les hacheurs** **Le hacheur série à transistor.** **Le hacheur en pont à transistors**	Représenter les chronogrammes des tensions et des courants. Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge. Calculer les courants moyens et efficaces. Calculer la puissance transmise ou fournie par la charge.	La charge envisagée est une machine à courant continu que l'on assimile à une charge E, L. Les interrupteurs sont idéaux.	4H
Le transformateur. **Le transformateur parfait**			1H

Contenus	Objectifs	Commentaires	
Machine à Courant Continu **Principe de la machine à aimants permanents et de la machine à excitation séparée.** **Expression de la f.e.m. et du couple éléctromagnétique.** **Bilan de puissance, rendement.** **Équations de la MCC en régime variable (démarrage, modèle petits signaux utilisé en asservissements)**	Déterminer le point de fonctionnement d'une machine à courant continu entraînant une charge donnée. Calculer les grandeurs électriques et mécaniques au point de fonctionnement.	La réaction de l'induit est hors programme. Les couples résistants envisagés sont le couple résistant constant et le couple résistant proportionnel à la fréquence de rotation. Modèle utilisé en asservissements.	4H
Système triphasé équilibré **Tension simple, tension composée, courant en ligne.** **Représentations complexes et vectorielles.**	Calculer le courant en ligne et le facteur de puissance dans une installation Faire les bilans de puissance active et réactive.		2H
La machine asynchrone triphasée **Les champs tournants.** **Principe de la conversion d'énergie.** **Caractéristiques couple-vitesse et intensité-vitesse.** **Bilan de puissance**	Définir le glissement. À partir des caractéristiques couple vitesse de la charge et de la machine, déterminer le point de fonctionnement. Calculer les grandeurs électriques et mécaniques au point de fonctionnement.	Aucun développement théorique ne sera fait sur les champs tournants, ni sur l'établissement du schéma équivalent.	3H
4 – Systèmes asservis linéaires et continus.			
Notions de système bouclé. **Association de transmittances, schéma-bloc.** ***Stabilité des systèmes bouclés.*** **Marge de phase, marge de gain** ***Précision des systèmes bouclés.*** **Erreur statique, correcteurs P et PI**	Déterminer la transmittance globale d'un système à partir de la connaissance des diverses transmittances qui le constituent. Estimer la stabilité d'un système à partir de la détermination graphique (diagrammes de Bode) des marges de phase et de gain. Déterminer l'erreur statique et évaluer les améliorations apportées par les correcteurs.	On utilisera le formalisme de Laplace. On s'appuiera sur des systèmes industriels de type asservissement de position et de vitesse. L'amélioration de la précision pourra être montrée en TP sans développements théoriques sur le sujet.	8H

Programme d'enseignement modulaire

Les objectifs mentionnés pour chaque chapitre sont ceux qui doivent être atteints par les étudiants ayant opté pour des écoles du domaine du génie électrique. Ces objectifs intègrent ceux du programme d'enseignements communs. Les éventuelles répétitions indiquent simplement qu'aucune ambition supplémentaire n'est recherchée par rapport à celle de l'enseignement commun.

E1 : Électronique du signal. (30H).

Volume horaire recommandé

Contenus	Objectifs	Commentaires	↓
1 – Électronique du signal	L'objectif général pour ce module est de permettre à l'étudiant de s'approprier les méthodes d'analyse des structures électroniques analogiques.		
Electrocinétique **Quadripôles** **Signaux électriques**	Caractériser les impédances d'entrée et de sortie d'un circuit. Adapter les impédances afin d'optimiser le transfert de puissance. Décomposer un signal périodique en série de Fourier.	On se placera dans le cas de circuits linéaires en régime harmonique	3H
2 – Systèmes linéaires et continus	L'objectif est de permettre à l'étudiant de caractériser les comportements fréquentiels et temporels des systèmes linéaires continus..		
Systèmes linéaires et continus **Circuits du 1er et 2ème ordre en régime harmonique.** **Circuits du 1er et 2ème ordre en régime variable.**	Choisir le formalisme mathématique adapté (complexes, équations différentielles, transformée de Laplace) afin de caractériser le comportement d'un système. Déterminer la fonction de transfert du système ou de l'association de systèmes élémentaires et de tracer les diagrammes de Bode correspondants. Calculer les caractéristiques du système (bande passante, pulsations de coupure, coefficient d'amortissement, etc..) Établir l'équation différentielle modélisant le système. Établir la fonction de transfert en utilisant le formalisme de Laplace et déterminer la réponse à un échelon.	L'utilisation d'un logiciel de simulation validera les méthodes de résolution utilisées. On utilisera les tables de transformée de Laplace.	15H

Contenus	Objectifs	Commentaires	
3 – Composants	L'objectif est de permettre à l'étudiant d'identifier et d'analyser les structures électroniques à base de composants discrets.		
Composants **Le transistor bipolaire**	Étudier le comportement statique et dynamique de la structure. Déterminer les modèles équivalents aux structures. Évaluer les impédances d'entrée et de sortie, le gain en tension d'un circuit. Extraire d'un document constructeur les caractéristiques principales d'un composant et justifier sa mise en œuvre dans la structure.	On se limitera à l'étude de la structure amplificatrice à transistor émetteur commun. Il faut particulièrement mettre l'accent sur le principe de la polarisation et des variations des signaux autour de ce point de repos. L'étude de ces caractéristiques sera basée sur celle d'un système industriel abordé par l 'expérimentation classique ou par la simulation.	4H
4 – Amplification linéaire intégrée	L'objectif est de permettre à l'étudiant de maîtriser la mise en œuvre des structures à base d'amplificateurs linéaires intégrés (ALI)		
Amplification linéaire intégrée Caractéristiques d'un ALI en boucle ouverte. Amplificateur linéaire intégré réel.	Lister les principales caractéristiques d'un ALI en boucle ouverte. Déterminer la nature et les principales caractéristiques d'un filtre à base d'ALI. Évaluer l'influence des défauts statiques et dynamiques de l'ALI sur les montages fondamentaux.	On pourra étudier les structures à base d'ALI comme exemples des systèmes rétro-actionnés dont on aborde la théorie dans le chapitre consacré aux systèmes asservis linéaires. On utilisera des notices constructeur. On utilisera un logiciel de simulation des circuits électriques et/ou des maquettes didactiques.	8H

E2 : Systèmes combinatoires et séquentiels. (20H).

L'objectif général pour ce module est de permettre à l'étudiant de s'approprier les méthodes d'analyse des structures d'électronique numérique.

Contenus	Objectifs	Commentaires	
Logique combinatoire Codage, décodage, multiplexage, démultiplexage, comparaison.	Analyser des structures existantes Synthétiser à partir de fonctions de base une structure répondant à un cahier des charges fixé. Valider les choix relatifs à ce cahier des charges par une simulation logicielle. Réaliser et tester cette structure à l'aide de circuits logiques industriels standards.	Pour chaque fonction étudiée on s'appuiera sur une structure électronique extraite d'un système industriel réel (génération d'un signal MLI pour la commande d'un hacheur série…) On utilisera des notices constructeur. On utilisera un logiciel de simulation des circuits électriques et/ou des maquettes didactiques.	20H
Codeurs incrémental et absolu.	Choisir un capteur de position numérique et être capable de décoder et de traiter l'information fournie par le capteur.	Cette partie sera abordée sous la forme de travaux dirigés s'appuyant sur un système industriel.	
Systèmes séquentiels Mémorisation, comptage.	Analyser des structures existantes Synthétiser à partir de fonctions de base une structure répondant à un cahier des charges fixé. Valider les choix relatifs à ce cahier des charges par une simulation logicielle. Réaliser et tester cette structure à l'aide de circuits logiques industriels standards.	Pour chaque fonction étudiée on s'appuiera sur une structure électronique extraite d'un système industriel réel (génération d'un signal MLI pour la commande d'un hacheur série…) On utilisera des notices constructeur. On utilisera un logiciel de simulation des circuits électriques et/ou des maquettes didactiques.	
Représentation du comportement temporel d'un système de commande. Chronogrammes GRAFCET	Savoir analyser un ensemble de GRAFCET coordonnés ou hiérarchisés (limité à 3 GRAFCET), représentant le comportement temporel d'une partie commande industrielle. Savoir modifier un GRAFCET existant (forçages et règles 4 et 5 exclus)	Les 5 règles du GRAFCET sont au programme. Cependant, elles ne peuvent être l'objet de questions spécifiques au concours. Le GRAFCET peut être utilisé dans le sujet du concours pour décrire le fonctionnement temporel de la partie commande du système. L'implémentation du GRAFCET en composants programmables n'est pas traitée	

E3 : Électrotechnique. (35H).

L'objectif général pour ce module est de permettre à l'étudiant de s'approprier les principes de base de la conversion d'énergie électrique.

Contenus	Objectifs	Commentaires	
1 – Électronique de puissance **Composants :** Diode, Thyristor, Transistor bipolaire, Transistor MOS, IGBT	Caractériser les éléments mis en œuvre dans un modulateur d'énergie.	On présentera les principales caractéristiques de ces composants (réversibilité, courants et tensions maximaux, fréquence de commutation, pertes) en s'appuyant sur des documentations techniques.	1H
Montages redresseurs monophasés commandés. **La diode de puissance.** **Le thyristor** **Le pont PD2 tout thyristor** **Réversibilité en tension et en courant** **Montages redresseurs monophasés non commandés. Montage PD2 avec filtrage capacitif**	Déterminer les chronogrammes des tensions et des courants. Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge. Calculer les courants moyens et efficaces. Calculer la puissance transmise ou fournie par la charge. Choisir les diodes et les thyristors à l'aide d'une notice constructeur. Effectuer des calculs et des mesures d'ondulation. Déterminer les chronogrammes de la tension redressée et des courants dans les différents éléments. Dimensionner la capacité de filtrage.	La charge envisagée est une machine à courant continu que l'on assimile soit à une source de courant constant, soit à une charge (L, E). Les interrupteurs sont supposés parfaits, la **conduction est continue.** Un logiciel d'étude des circuits permettra d'étudier le régime discontinu. L'empiétement est hors programme. La charge consomme un courant constant	8H

Les hacheurs **Le hacheur série à transistor.** **Le hacheur en pont à transistors**	Déterminer les éléments en conduction. Représenter les chronogrammes des tensions et des courants. Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge. Calculer les courants moyens et efficaces. Calculer la puissance transmise ou fournie par la charge. Dimensionner la bobine de lissage.	La charge envisagée est une machine à courant continu que l'on assimile soit à une source de courant constant, soit à une charge (L, E). Les interrupteurs sont supposés parfaits, la **conduction est continue**	6H
2 – Circuits magnétiques, transformateur **Bobine à Noyau de Fer :** Caractéristique B(H) d'un matériau ferromagnétique. Notion de réluctance, loi d'Hopkinson. La bobine à noyau de fer en régime sinusoïdal basse fréquence (pertes fer, schéma équivalent), formule de Boucherot.	Déterminer dans des cas simples, la force magnétomotrice nécessaire pour obtenir un flux donné dans une portion de circuit magnétique.	Le schéma équivalent tient compte des pertes fer et de la puissance magnétisante. Le courant absorbé est sinusoïdal.	3H
Transformateur monophasé: Transformateur réel, chute de tension, bilan de puissances.	Exploiter le schéma équivalent, vu du secondaire, dans les hypothèses de Kapp.		4H
3 - Systèmes triphasés équilibrés **Tension simple, tension composée, courant en ligne.** **Représentations complexes et vectorielles.**	Calculer le courant en ligne et le facteur de puissance dans une installation Mesurer des puissances actives et réactives. Faire les bilans de puissance active et réactive.		4H

4 – Machines Tournantes. **Machine à courant continu :** **Machine asynchrone triphasée** Notion de champ tournant. Technologie du moteur asynchrone. Couplage. Schéma équivalent. Principe de la variation de vitesse à U/f=cte.	Étudier les propriétés de la variation de vitesse de la MCC par action sur la tension aux bornes de l'induit à flux constant. Déterminer la relation liant le couple électromagnétique au glissement à partir du schéma équivalent. Identifier le point de fonctionnement d'une machine asynchrone entraînant une charge donnée. Établir le bilan des puissances.	On pourra effectuer un TD et un TP supplémentaire sur la variation de vitesse de la MCC Il s'agit d'étudier les caractéristiques externes de la machine asynchrone. Le diagramme du cercle est hors programme. Le moteur monophasé est hors programme. La variation de vitesse sera abordée en évitant de donner lieu à des développements théoriques compliqués. Ce thème sera abordé en travaux pratiques sous forme de mesures et de relevés des grandeurs U, I, f. La commande vectorielle est hors programme.	3H 6H

E4 : Systèmes Asservis Linéaires et Continus. (9H).

Contenus	Objectifs	Commentaires	
1 – Stabilité des systèmes bouclés Marge de phase, marge de gain. ***2 - Précision des systèmes bouclés.*** Erreur statique, correcteurs P et PI	Évaluer la stabilité d'un système à partir d'une détermination graphique des marges de phase et de gain. L'outil graphique utilisé est le diagramme de Bode. Déterminer les erreurs statique et de traînage, évaluer les améliorations apportées par les correcteurs. Énoncer les effets des correcteurs sur la stabilité des systèmes bouclés.	On s 'appuiera sur des systèmes industriels de type asservissement de vitesse et de position. On pourra en TP de simulation, montrer l'effet des correcteurs, sans s'engager dans des développements théoriques	9H