MATHÉMATIQUES :

Objectifs de formation

I. OBJECTIFS GÉNÉRAUX DE LA FORMATION

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent enfin certains points de terminologie. Toutefois chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes.

Comme rien ne nuit plus à l'esprit critique que les connaissances superficielles, le parti retenu par ces programmes est plutôt celui du « peu et bien » que d'une surcharge excessive qui entraînerait certains étudiants à faire semblant d'avoir compris.

On a voulu maintenir un volume global raisonnable : les limites du programme sont clairement précisées. Il convient de souligner la nécessité impérieuse de les respecter, aussi bien au niveau de l'enseignement que dans les épreuves d'évaluation. Il en est de même pour les grands équilibres entre les différentes parties du programme. Il faut encore se garder de toute ambition théorique concernant les points du programme précisés comme de premières approches. Il est clair que les trois exigences qui précèdent conditionnent la qualité de la formation des étudiants.

II. ARCHITECTURE ET CONTENUS DES PROGRAMMES

L'objectif principal des programmes de mathématiques de la voie technologique est de fournir aux étudiants les outils nécessaires à la compréhension des modèles employés en économie et en gestion. Le parti adopté est de présenter, à partir d'exemples, les notions étudiées, d'en dégager l'intérêt, d'admettre les principaux résultats lorsque leur démonstration présente des difficultés techniques importantes, puis de passer aux applications. Il ne s'agit donc ni d'un recueil de recettes utiles, ni d'un cours sur des fondements de mathématiques générales. Cette démarche implique l'entraînement à des raisonnements déductifs simples. Elle est inséparable de la rigueur indispensable dans la conduite des raisonnements et l'emploi du vocabulaire.

L'enseignement dispensé en classes préparatoires précède des enseignements spécialisés de calcul économique et de calcul de gestion. Les étudiants doivent accueillir la formation mathématique indispensable à la compréhension de ces enseignements. S'il ne leur est pas demandé d'être de futurs concepteurs d'outils liés au calcul économique ou au calcul de gestion, ils devront être capables de critiquer les hypothèses sur lesquels ces outils reposent, de comprendre les concepts mis en jeu et de dialoguer avec les spécialistes.

L'orientation du programme vers les sciences de l'économie et de la gestion s'organise autour de trois points forts :

- En algèbre linéaire, la résolution des systèmes linéaires et le calcul matriciel ;
- en analyse, les phénomènes discrets, décrits par des suites, et les phénomènes continus, décrits par des fonctions, l'emploi de représentations graphiques pour l'étude qualitative et quantitative de ces phénomènes, la maîtrise des fonctions usuelles, notamment les fonctions logarithme, exponentielles et puissances ; le programme se limite aux notions utiles à la description de situations économiques et au calcul des probabilités ;
- en probabilités et en statistique, la consolidation des acquis de l'enseignement secondaire en statistique descriptive et l'initiation aux phénomènes aléatoires, notamment l'emploi des lois usuelles.

III. UTILISATION DES TICE

Les exemples et les applications mettent en valeur les aspects numérique et graphiques.

Les logiciels de calcul formel et les tableurs pourront être utilisés par les professeurs pour l'illustration du cours et la réalisation de simulations.

Il est rappelé que l'emploi de logiciels fait partie de la formation dispensée en techniques quantitatives de gestion.

Voie technologique : deuxième année

Les objectifs de la deuxième année seront de consolider et d'approfondir les acquis de première année en analyse, d'introduire le calcul matriciel et de compléter la partie consacrée aux probabilités en passant du fini à l'infini et du discret au continu.

I – Algèbre linéaire

Le programme exclut toute notion de structure. Les notions développées ont pour but de mettre en place l'outil matriciel destiné à manipuler les systèmes linéaires dans des situations concrètes.

Définition d'une matrice à n lignes et p colonnes.
Matrices lignes, matrices colonnes.
Opérations sur les matrices : multiplication par un scalaire, somme, produit de deux matrices.

Les définitions des opérations sur les matrices seront justifiées à l'aide d'exemples issus de situations concrètes. Les propriétés des opérations seront admises sans démonstration et illustrées par des exemples.

Matrices carrées : matrice unité, matrices diagonales, matrices triangulaires ; matrices inversibles.
Exemples de calcul des puissances n-ièmes d'une matrice. Cas d'une matrice diagonale.

Les candidats devront connaître les principales propriétés des matrices carrées particulières, mais leur étude systématique est hors programme.

Exemples d'utilisation de la formule du binôme.

On se limitera à des cas simples (une des matrices est nilpotente ou idempotente).

Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires.
Système linéaire de n équations à p inconnues, système de Cramer, résolution d'un système de Cramer et calcul de l'inverse d'une matrice.

L'objectif est de consolider et de mettre en œuvre les acquis de première année concernant les opérations élémentaires sur les systèmes et l'algorithme du pivot de Gauss.

II – Analyse

1) Suites numériques

Raisonnement par récurrence.

On se limitera à des exemples simples.

Suites définies par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.

Les études de suites seront traitées sur des exemples, aucun résultat n'est exigible des élèves.

Image d'une suite convergente par une fonction continue.
Convergence des suites monotones bornées.

Les résultats seront donnés sans démonstration.
Sur des exemples, on pourra mettre en œuvre des méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique.

2) Séries numériques

Convergence d'une série. Somme d'une série convergente.

Les séries sont introduites uniquement pour leur application au calcul des probabilités et au calcul des espérances de certaines variables aléatoires discrètes. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée. Aucune question sur les séries ne pourra être posée aux candidats en dehors du cadre du calcul des probabilités.

Définition d'une série absolument convergente.

Dans les exercices, on se limitera à des séries absolument convergentes. On admettra que toute série absolument convergente est convergente et que l'on ne modifie pas la somme d'une série absolument convergente en changeant l'ordre de ses termes.

Série géométrique.

On donnera le critère de convergence d'une série géométrique et on calculera sa somme.
Les formules sur les dérivées des séries géométriques devront être rappelées aux candidats.

Série exponentielle : $e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ pour tout réel x.

Résultat admis.

3) Fonctions numériques

Existence (admise) de la limite d'une fonction croissante majorée ou décroissante minorée.
Inégalités des accroissements finis.

- Si f est dérivable sur $[a, b]$ $(a \leqslant b)$, et si $m \leqslant f' \leqslant M$ alors $m(b-a) \leqslant f(b) - f(a) \leqslant M(b-a)$.
- Si f est dérivable sur un intervalle I et si $|f'| \leqslant k$, alors pour tout a et b de I, on a $|f(b) - f(a) \leqslant k|b-a|$.

4) Intégration

Définition de l'intégrale $\int_a^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ où f est une fonction continue sur $[a, +\infty[$.
Cas des fonctions à valeurs positives.
Extension aux intégrales $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$.
Extension de la notion d'intégrale aux fonctions continues par morceaux.

Les intégrales sur un intervalle quelconque sont introduites uniquement pour leur application au calcul des probabilités et au calcul des espérances de variables aléatoires à densité. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée. Aucune question sur les intégrales sur un intervalle quelconque ne pourra être posée aux candidats en dehors du cadre du calcul des probabilités.

III – Probabilités

1) Variables aléatoires discrètes infinies

Extension des définitions et des propriétés des variables aléatoires discrètes finies au cas où l'image est un ensemble infini dénombrable : loi de probabilité, fonction de répartition, espérance, variance, écart-type.
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

On se limitera à des variables aléatoires dont l'image est indexée par $\mathbf{N}$. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée au moment de l'extension des propriétés.

Lois usuelles : loi de Poisson, loi géométrique.

Les candidats devront connaître l'espérance et la variance des lois usuelles.

2) Variables aléatoires à densité continue par morceaux

Une variable aléatoire X admet une densité f si sa fonction de répartition peut s'écrire sous la forme : $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\mathrm{d}t$ où f est une fonction positive continue par morceaux et telle que $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$.

Le passage du cas discret au cas continu n'est pas explicité. On se restreindra à des calculs de probabilités du type $P([X \in I])$ où I est un intervalle de **R**.

Espérance, variance et écart-type.

Aucune difficulté théorique ne sera soulevée au moment de l'extension des propriétés.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
Sur des exemples, détermination d'une densité de $aX + b$ ou de X^2.
Lois usuelles : loi uniforme, loi normale (ou de Laplace-Gauss) de paramètres m et σ^2, loi exponentielle.

Chacune des lois usuelles sera illustrée par un exemple concret d'une situation qu'elle modélise.

3) Convergence et approximations

Suite de variables aléatoires indépendantes.
Loi faible des grands nombres pour une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi.

Les notions générales de convergence en loi et de convergence en probabilité sont hors programme, ainsi que le théorème de la limite centrée.
La loi des grands nombres sera mise en évidence à l'aide de simulations.

Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson.
Approximation de la loi binomiale par la loi normale.

Les approximations de la loi binomiale seront constatées numériquement. Par des simulations, on vérifiera expérimentalement l'approximation par la loi normale.
Toutes les indications devront être fournies aux candidats dans les exercices quant aux critères d'approximation.