# SERIES NUMERIQUES ET SERIES DE FOURIER

L'étude de séries numériques très simples, préalable à l'étude des séries de Fourier, a pour objectif de permettre aux étudiants de se familiariser avec les "sommes infinies" et la notation Σ. La plupart des résultats relatifs aux séries numériques pourront être admis et ne feront l'objet d'aucun développement théorique.
La décomposition de signaux périodiques en séries de Fourier est un outil indispensable pour l'étude des phénomènes vibratoires en électricité, en optique ou en mécanique.

## Séries numériques

| | |
|---|---|
| a) Définition de la convergence d'une série à termes réels.<br>Convergence des séries géométriques | L'étude des sommes partielles d'une suite géométrique permet d'introduire la convergence et la divergence des séries numériques. |
| b) Séries à termes positifs.<br>Convergence des séries de Riemann.<br>Comparaison de deux séries dans le cas où $u_n \leq v_n$.<br>Comparaison de deux séries dans le cas où $u_n \sim v_n$. | La définition de deux suites équivalentes sera introduite à cette occasion mais cette notion ne fera l'objet d'aucun développement théorique. |
| Règle de d'Alembert. | |
| c) Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers 0. | |
| d) Séries absolument convergentes. | Il s'agit d'une simple introduction. Tout développement théorique est hors programme. |

## Séries de Fourier

| | |
|---|---|
| a) Coefficients de Fourier d'une fonction T-périodique continue par morceaux et série de Fourier d'une telle fonction. Forme en $\cos(n\omega t)$ et $\sin(n\omega t)$ et forme exponentielle $\exp(in\omega t)$. | En liaison avec l'enseignement des sciences physiques, il conviendra de mettre en valeur le lien entre ces notions et l'étude des signaux : composantes d'un signal dans une fréquence donnée, reconstitution du signal à partir de ses composantes. |
| b) Convergence (admise) lorsque $f$ est de classe C1 par morceaux (conditions de Dirichlet). | |
| c) Formule de Parseval (admise) donnant $\int_0^T \|f(t)\|^2 \mathrm{d}t$ en fonction des coefficients de Fourier, lorsque $f$ est continue par morceaux. | La formule de Parseval est à mettre en relation avec le calcul de l'énergie à partir des composantes. |

## Travaux pratiques

| | |
|---|---|
| 1° Exemples simples d'étude de séries numériques. | Tout excès de technicité est à éviter. |
| 2° Recherche de développements en série de Fourier de fonctions périodiques. | On se limitera à des exemples simples et on exploitera des situations issues de l'électricité, de l'électronique ou de la mécanique.<br>Aucune difficulté ne doit être soulevée sur la convergence des séries de Fourier en dehors des hypothèses indiquées par le programme.<br>Toutes les indications utiles pour la vérification des conditions de Dirichlet seront données. |
| 3° Utilisation du développement en série de Fourier d'une fonction périodique pour calculer la somme d'une série numérique. | |