

MODELISATION GEOMETRIQUE 1

Parmi les modèles mathématiques qui sont la base de la conception des courbes ou des surfaces en C.A.O. et en C.F.A.O. (Conception, Fabrication, Assistées par Ordinateur), le modèle de Bézier est un des plus utilisés. Il est le plus accessible pour une introduction à la modélisation interactive des formes.

L'étude de ce modèle, restreinte aux courbes du plan, est suffisante pour comprendre son intérêt.

Des présentations différentes permettront de dévoiler une partie de la « boîte noire » de ce modèle. L'appui sur des exemples de courbes de degré 2 ou 3 permet d'éviter une complexité calculatoire sans nuire aux utilisations réelles qui, souvent, concernent le degré 3.

L'objectif principal est la compréhension des liens entre ce modèle et la conception des formes. Il convient d'éviter les considérations théoriques hors de cet objectif.

L'étude des courbes définies par une représentation paramétrique sera développée dans ce contexte avec un paramètre variant dans l'intervalle $[0; 1]$ et des fonctions polynomiales de degré 2 ou 3, l'étude du sens de variation de ces fonctions et de la tangente en un point d'une courbe.

Modèle de Bézier

L'ordre d'étude des différentes présentations est libre ; on fera les liaisons entre celles-ci. Les propriétés issues du calcul barycentrique seront mises en évidence.

- a) Présentation du modèle par vecteurs et contraintes.
- b) Présentation du modèle par points de définition et polynômes de Bernstein.
- c) Présentation du modèle par une suite de vecteurs. Construction géométrique d'un point de la courbe.

Certaines propriétés des polynômes de Bernstein seront étudiées pour prouver que la courbe de Bézier ne dépend pas du repère choisi et pour analyser la forme de la courbe.

Travaux pratiques

- 1° Exemples de courbes de Bézier définies par vecteurs et contraintes.
- 2° Exemples de courbes de Bézier définies par points de définition et polynômes de Bernstein.
- 3° Exemples de courbes de Bézier définies par une suite de vecteurs.
- 4° Exemples de formes réalisées par jonction d'arcs de courbes de Bézier.

On pourra donner des exemples de passage du degré 2 au degré 3 en utilisant deux fois le point intermédiaire.

Ce sera l'occasion de passer du modèle de Bézier qui définit globalement l'arc à une utilisation où l'on peut modifier localement chaque arc.