MODELISATION GEOMETRIQUE 2

Parmi les modèles mathématiques qui sont la base de la conception des courbes ou des surfaces en C.A.O. et en C.F.A.O. (Conception, Fabrication, Assistées par Ordinateur), le modèle de Bézier et celui des B-Splines sont les plus utilisés.
L'étude du modèle de Bézier et une introduction à celui des B-Splines, restreintes aux courbes du plan sont suffisantes pour comprendre l'intérêt de ces modèles dans la conception interactive des formes.
Des présentations différentes permettront de dévoiler une partie de la « boîte noire » de ces modèles. L'appui sur des exemples de courbes de degré 2 ou 3 permet d'éviter une complexité calculatoire sans nuire aux utilisations réelles qui souvent concernent le degré 3.
L'objectif principal est la compréhension des liens entre ces modèles et la conception des formes. Il convient d'éviter les considérations théoriques hors de cet objectif.
Les courbes définies en coordonnées paramétriques seront développées dans ce contexte et dans le cadre d'étude suivant : paramètre variant dans un intervalle borné (par exemple [0 ; 1] pour le modèle de Bézier), fonctions polynomiales (degré 2 ou 3), variations, tangente en un point d'une courbe.

Modèle de Bézier

L'ordre d'étude des différentes présentations est libre ; on justifiera les liaisons entre celles-ci. Les différentes présentations feront l'objet d'une généralisation, mais celle des propriétés et des algorithmes sera limitée à leur énoncé sans justification.
Les propriétés issues du calcul barycentrique seront mises en évidence.

a) Présentation du modèle par vecteurs et contraintes.	Un algorithme sera proposé donnant l'arc de courbe joignant deux points lorsque les tangentes à la courbe en ces points sont données (degré 2 ou 3 seulement).
b) Présentation du modèle par points de définition et polynômes de Bernstein	Certaines propriétés des polynômes de Bernstein seront étudiées pour prouver que la courbe de Bezier ne dépend pas du repère choisi et pour étudier la forme de la courbe.
c) Présentation du modèle par une suite de vecteurs. Algorithmes associés. Construction géométrique d'un point de la courbe.	Les algorithmes itératif et récursif seront explicités. La construction géométrique par barycentres successifs pourra, de plus, mettre en œuvre le tracé de la tangente en un point à la courbe (propriété admise)

Modèle B-Spline

Le lien avec le modèle de Bézier sera signalé sans justification. Il en sera de même pour les propriétés conduisant aux algorithmes et à la construction géométrique d'un point de la courbe. On mettra en évidence la capacité de ce modèle à traiter la possibilité de déformer localement la courbe B-Spline.

a) Présentation de courbes B-Splines obtenues à partir des polynômes de Riesenfeld et de points de définition (degré 2 ou 3).	La détermination de ces polynomes pourra être réalisée, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
b) En utilisant la définition récursive de Cox et de De Boor, détermination de fonctions B-Splines à partir d'un vecteur nœud sans multiplicité puis de courbes B-Splines utilisant ces fonctions et des points de définition.	Dans le cas d'un vecteur nœud tel que (0,1,2,3), on déterminera les fonctions B-Splines : sinon ces fonctions seront fournies.

Travaux pratiques

1° Exemples de courbes de Bézier définies par vecteurs et contraintes.	
2° Exemples de courbes de Bézier définies par points de définition et polynômes de Bernstein.	On pourra donner des exemples de passage du degré 2 au degré 3 en utilisant deux fois le point intermédiaire.
3° Exemples de courbes de Bézier définies par une suite de vecteurs	
4° Exemples de formes réalisées par jonction d'arcs de courbes de Bézier.	Ce sera l'occasion de passer du modèle de Bézier qui déforme globalement l'arc à une utilisation où l'on peut modifier localement chaque arc.
5° Exemples de courbes B-Splines issues des polynômes de Riesenfeld.	
6° Exemples de courbes B-Splines issues de la définition récursive de Cox et de De Boor.	

CALCUL MATRICIEL

Il s'agit d'une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de certains phénomènes issus de la vie courante ou de l'économie. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes, sans qu'il soit utile de faire intervenir le concept d'application linéaire. On utilisera largement les moyens informatiques, les calculs à la main étant limités aux cas les plus élémentaires servant à introduire les opérations sur les matrices.

Matrices.	Une matrice est introduite comme un tableau de nombres permettant de représenter une situation comportant plusieurs "entrées" et "sorties".
Calcul matriciel élémentaire : addition, multiplication par un nombre, multiplication.	Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu.

Travaux pratiques

1° Calcul de sommes et de produits de matrices	La notion de matrice inverse est hors programme.