

## MODELISATION GEOMETRIQUE 2

Parmi les modèles mathématiques qui sont la base de la conception des courbes ou des surfaces en C.A.O. et en C.F.A.O. (Conception, Fabrication, Assistées par Ordinateur), le modèle de Bézier et celui des B-Splines sont les plus utilisés.

L'étude du modèle de Bézier et une introduction à celui des B-Splines, restreintes aux courbes du plan sont suffisantes pour comprendre l'intérêt de ces modèles dans la conception interactive des formes.

Des présentations différentes permettront de dévoiler une partie de la « boîte noire » de ces modèles. L'appui sur des exemples de courbes de degré 2 ou 3 permet d'éviter une complexité calculatoire sans nuire aux utilisations réelles qui souvent concernent le degré 3.

L'objectif principal est la compréhension des liens entre ces modèles et la conception des formes. Il convient d'éviter les considérations théoriques hors de cet objectif.

Les courbes définies en coordonnées paramétriques seront développées dans ce contexte et dans le cadre d'étude suivant : paramètre variant dans un intervalle borné (par exemple  $[0; 1]$  pour le modèle de Bézier), fonctions polynomiales (degré 2 ou 3), variations, tangente en un point d'une courbe.

### Modèle de Bézier

L'ordre d'étude des différentes présentations est libre ; on justifiera les liaisons entre celles-ci. Les différentes présentations feront l'objet d'une généralisation, mais celle des propriétés et des algorithmes sera limitée à leur énoncé sans justification. Les propriétés issues du calcul barycentrique seront mises en évidence.

a) Présentation du modèle par vecteurs et contraintes.

Un algorithme sera proposé donnant l'arc de courbe joignant deux points lorsque les tangentes à la courbe en ces points sont données (degré 2 ou 3 seulement).

b) Présentation du modèle par points de définition et polynômes de Bernstein

Certaines propriétés des polynômes de Bernstein seront étudiées pour prouver que la courbe de Bézier ne dépend pas du repère choisi et pour étudier la forme de la courbe.

c) Présentation du modèle par une suite de vecteurs. Algorithmes associés. Construction géométrique d'un point de la courbe.

Les algorithmes itératif et récursif seront explicités. La construction géométrique par barycentres successifs pourra, de plus, mettre en œuvre le tracé de la tangente en un point / la courbe (propriété admise)

### Modèle B-Spline

Le lien avec le modèle de Bézier sera signalé sans justification. Il en sera de même pour les propriétés conduisant aux algorithmes et à la construction géométrique d'un point de la courbe. On mettra en évidence la capacité de ce modèle à traiter la possibilité de déformer localement la courbe B-Spline.

a) Présentation de courbes B-Splines obtenues à partir des polynômes de Riesenfeld et de points de définition (degré 2 ou 3).

La détermination de ces polynômes pourra être réalisée, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

b) En utilisant la définition récursive de Cox et de De Boor, détermination de fonctions B-Splines à partir d'un vecteur nœud sans multiplicité puis de courbes B-Splines utilisant ces fonctions et des points de définition.

Dans le cas d'un vecteur nœud tel que  $(0, 1, 2, 3)$ , on déterminera les fonctions B-Splines : sinon ces fonctions seront fournies.

Travaux pratiques

1° Exemples de courbes de Bézier définies par vecteurs et contraintes.

2° Exemples de courbes de Bézier définies par points de définition et polynômes de Bernstein.

3° Exemples de courbes de Bézier définies par une suite de vecteurs

4° Exemples de formes réalisées par jonction d arcs de courbes de Bézier.

5° Exemples de courbes B-Splines issues des polynômes de Bernstein.

6° Exemples de courbes B-Splines issues de la définition récursive de Cox et de De Boor.

On pourra donner des exemples de passage du degré 2 au degré 3 en utilisant deux fois le point intermédiaire.

Ce sera l'occasion de passer du modèle de Bézier qui déforme globalement l'arc à une utilisation où l'on peut modifier localement chaque arc.

**CALCUL MATRICIEL**

Il s'agit d'une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de certains phénomènes issus de la vie courante ou de l'économie. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes, sans qu'il soit utile de faire intervenir le concept d'application linéaire. On utilisera largement les moyens informatiques, les calculs à la main étant limités aux cas les plus élémentaires servant à introduire les opérations sur les matrices.

Matrices.

Une matrice est introduite comme un tableau de nombres permettant de représenter une situation comportant plusieurs "entrées" et "sorties".

Calcul matriciel élémentaire : addition, multiplication par un nombre, multiplication.

Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu.

Travaux pratiques

1° Calcul de sommes et de produits de matrices

La notion de matrice inverse est hors programme.

## ALGÈBRE LINÉAIRE

Il s'agit d'une initiation aux méthodes de l'algèbre linéaire : on vise d'abord une certaine aisance dans l'emploi du langage géométrique (vecteurs, applications linéaires) et du langage matriciel ; on vise aussi la pratique, sur des exemples simples, de la diagonalisation des matrices, afin de fournir aux étudiants des outils efficaces pour l'étude des phénomènes rencontrés en mécanique et en sciences physiques ou en économie. Pour le calcul matriciel, on utilisera largement les moyens informatiques, les calculs à la main étant limités aux cas les plus élémentaires servant à introduire les opérations sur les matrices.

a)  $\mathbb{R}^n$ , espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$ .

Bases de  $\mathbb{R}^n$  ; base canonique de  $\mathbb{R}^n$ .

Applications linéaires de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^n$ .

Algèbre  $\mathcal{L}(\mathbb{R}^n)$  des endomorphismes de  $\mathbb{R}^n$ .

On se limitera à des exemples où la dimension est petite ; aucune connaissance théorique sur le cas général n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

L'étude des structures algébriques (groupes, anneaux, corps...) n'est pas au programme ; il en est de même pour les notions générales d'espace vectoriel et d'algèbre.

Les généralités sur l'algèbre linéaire doivent être recueillies au minimum, et aucune difficulté théorique ne doit être soulevée sur ce chapitre.

b) Matrice associée à une application linéaire de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^n$  relativement à des bases données.

Algèbre  $M_n(\mathbb{R})$  des matrices carrées.

c) Matrice associée à un endomorphisme de  $\mathbb{R}^n$  dans une base, changement de base, matrices semblables.

La méthode mise en œuvre sera détaillée dans le cas où  $n = 2$ .

On admettra sa généralisation et on utilisera les moyens informatiques pour obtenir les résultats chiffrés.

Aucune connaissance sur les méthodes de réduction des matrices non diagonalisables n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

d) Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme ; détermination des endomorphismes diagonalisables, interprétation matricielle.

valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice.

## Travaux pratiques

1° Détermination de la matrice associée à une application linéaire de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^n$  relativement aux bases canoniques et détermination de l'image d'un vecteur par une application linéaire de matrice donnée.

2° Exemples de diagonalisation d'une matrice.

On montrera l'intérêt de la diagonalisation pour la résolution de systèmes linéaires homogènes d'équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants et pour l'étude de systèmes de suites récurrentes dans des cas très simples.

## STATISTIQUE DESCRIPTIVE

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures.

On s'attachera, d'une part à étudier des situations issues de la technologie, d'autre part à relier ces enseignements à celui de l'économie et gestion.

a) Séries statistiques à une variable :

Méthodes de représentation.

Caractéristiques de position (médiane, moyenne).

Caractéristiques de dispersion (interquartiles, variance, écart type).

b) Séries statistiques à deux variables :

Tableaux d'effectifs.

Nuage de points ; point moyen.

Ajustement affine (méthode graphique ; méthode des moindres carrés, droites de régression).

Coefficient de corrélation linéaire.

Il s'agit, d'une part de préciser la signification de chaque caractéristique, d'autre part d'associer la précision des résultats numériques obtenus (à l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur) à la précision sur les données et à la méthode mise en œuvre, notamment dans le cas où les classes sont définies par des intervalles.

Pour l'ajustement affine, on distinguera liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet.

Pour la méthode des moindres carrés, on fera observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, suivant le problème à résoudre, à privilégier l'une des deux droites.

### Travaux pratiques

1° Étude de séries statistiques à une variable.

2° Exemples d'étude de séries statistiques à deux variables.

On interprétera les résultats obtenus.

En fournissant aux étudiants des indications sur la marche à suivre, on pourra, d'une part étudier quelques exemples d'ajustement qui, par un changement de variable simple, se ramènent à un ajustement affine, d'autre part, à propos des séries chronologiques, procéder à un lissage obtenu, par exemple, par la méthode des moyennes mobiles, avant d'effectuer, si nécessaire, un ajustement affine ; mais aucune connaissance sur ces démarches n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

## CALCUL DES PROBABILITÉS 1

Il s'agit d'une initiation aux phénomènes aléatoires où toute ambition théorique et toute technicité sont exclues.

L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples concernant des variables aléatoires dans la 10<sup>e</sup> figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on pourra étudier en liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles.

### a) Probabilités sur les ensembles finis :

Vocabulaire des événements, probabilité.

Probabilité conditionnelle, événements indépendants. Cas d'équiprobabilité.

Notation  $n!$ . Combinaisons.

### b) Variables aléatoires discrètes à valeurs réelles

Loi de probabilité

Espérance mathématique, variance, écart type.

Loi binomiale, loi de Poisson.

### c) Variables aléatoires continues à valeurs réelles.

Fonction de répartition et densité de probabilité.

Espérance mathématique, variance, écart type.

Loi normale.

### d) Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.

Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.

L'ensemble des événements sera pris égal à l'ensemble de toutes les parties de  $\Omega$ .

Ces notions sont introduites pour présenter la loi binomiale. Les calculs de dénombrement ne sont pas un objectif du programme.

Aucune difficulté théorique ne sera soulevée sur les variables aléatoires.

On pourra utiliser la notation  $\Sigma$ , mais aucune connaissance au sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

On sera amené à utiliser les notations  $\int_a^{+\infty} f(t) dt$ ,  $\int_{-\infty}^a f(t) dt$ .

$\int_a^{+\infty} f(t) dt$ , mais aucune connaissance sur les intégrales

impropres n'est exigible en calcul de probabilités.

Les résultats sont admis, mais l'outil informatique peut permettre des approches expérimentales.

Aucune connaissance sur les critères d'approximation n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

Les étudiants doivent savoir déterminer les paramètres.

Il conviendra de mettre en évidence la raison d'être de la

correction de continuité lors de l'approximation d'une loi

binomiale par une loi normale ; toutes les indications seront fournies.

### Travaux pratiques

1° Calcul de probabilités portant sur l'union et sur l'intersection de deux événements.

2° Étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale.

3° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi de Poisson.

4° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi normale.

5° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale que l'on approche par une loi de Poisson ou une loi normale.

On ne traitera que quelques exemples très simples de probabilité conditionnelle.

L'énoncé des critères permettant l'utilisation de la loi binomiale est exigible.

Aucune connaissance sur l'interpolation affine avec la table de la loi normale centrée réduite n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

## CALCUL DES PROBABILITES 2

Il s'agit d'une initiation aux phénomènes aléatoires où toute ambition théorique et toute technicité sont exclues.

L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples concernant des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on pourra étudier en liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles.

a) Probabilités sur les ensembles finis.  
Vocabulaire des événements, probabilité.  
Probabilité conditionnelle, événements indépendants. Cas d'équiprobabilité.  
Notation et. Combinaisons.

Loi faible des grands nombres.

b) Variables aléatoires discrètes à valeurs réelles  
Loi de probabilité.  
Espérance mathématique, variance, écart type.  
Indépendance de deux variables aléatoires.

Espérance mathématique de  $aX + b$ , de  $X + Y$  et de  $X - Y$  ;  
variance de  $aX + b$ , de  $X + Y$  et de  $X - Y$  dans le cas où  $X$  et  $Y$   
sont indépendantes.

Loi binomiale, loi de Poisson.

c) Variables aléatoires continues à valeurs réelles  
Fonction de répartition et densité de probabilité.  
Espérance mathématique, variance, écart type.  
Loi normale.

Si  $X$  et  $Y$  sont des variables aléatoires indépendantes qui suivent  
des lois normales :

- les variables  $aX + b$ ,  $X + Y$  et  $X - Y$  suivent des lois normales ;
- formules donnant l'espérance mathématique et la variance de  $aX + b$ , de  $X + Y$  et de  $X - Y$ , dans le cas où  $X$  et  $Y$  sont indépendantes.

d) Théorème de la limite centrée : approximation par une loi normale de la somme de  $n$  variables indépendantes, de même loi et de variance finie.  
Distribution d'échantillonnage asymptotique de la moyenne et de la fréquence empirique.

e) Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.  
Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.

L'ensemble des événements sera pris égal à l'ensemble de toutes les parties de  $\Omega$

Ces notions sont introduites pour présenter la loi binomiale. Les calculs de dénombrement ne sont pas un objectif du programme. Il s'agit de faire comprendre aux étudiants le lien entre statistiques et probabilités. Une approche expérimentale et un énoncé rudimentaire suffisent.

Aucune difficulté théorique ne sera soulevée sur les variables aléatoires.

On pourra utiliser la notation  $\Sigma$ , mais aucune connaissance à son sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

L'exemple de la loi normale est suffisant. On pourra, en vue de l'étude de la fiabilité, présenter la loi exponentielle.

On sera amené à utiliser les notations  $\int_a^{+\infty} f(t) dt$ ,  $\int_{-\infty}^a f(t) dt$ ,

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$ , mais aucune connaissance sur les intégrales

impropres n'est exigible en calcul de probabilités.

Le résultat est admis.

Les formules sont admises.

Les résultats sont admis, mais l'outil informatique peut permettre des approches expérimentales.

Aucune connaissance sur les critères d'approximation n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques. Les étudiants doivent savoir déterminer les paramètres. Il conviendra de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications seront fournies.

1° Calcul de probabilités portant sur l'union et sur l'intersection de deux événements.

2° Etude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale.

3° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi de Poisson.

4° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi normale.

5° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale que l'on approche par une loi de Poisson ou une loi normale.

Aucune connaissance sur l'interpolation affine avec la table de la loi normale centrée réduite n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

## STATISTIQUE INFÉRENTIELLE

Sous l'impulsion notamment du mouvement de la qualité, les méthodes statistiques sont aujourd'hui largement utilisées dans les milieux économique, social ou professionnel. Des procédures plus ou moins élaborées sont mises en œuvre, par exemple dans l'analyse des résultats d'expériences sur le vivant, les sondages, la maîtrise statistique des procédés, la fiabilité, les plans d'expériences. Des logiciels spécialisés exécutent automatiquement les calculs, suivant les normes AFNOR ou ISO.

Au-delà de l'exécution d'algorithmes ou de calculs dont les sens peu échappent, l'objectif essentiel de ce module est d'informer les étudiants, sur quelques cas simples, au raisonnement et méthodes statistiques et à l'interprétation des résultats obtenus.

Il s'agit de faire percevoir, à partir d'exemples figurant au programme, ce que sont les procédures de décision en univers aléatoire, ainsi que leur pertinence. Pour cela, la réalisation de simulations dans le cadre du modèle probabiliste de référence peut fournir un éclairage intéressant.

On soulignera que la validité d'une méthode statistique est liée à l'adéquation entre la réalité et le modèle la représentant.

On évitera les situations artificielles et on privilégiera les exemples issus de la vie économique et sociale ou du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines ; dans le cadre de cette liaison, on pourra donner quelques exemples d'autres procédures que celles figurant au programme de mathématiques (par exemple utilisation de la droite de Henry, du test du  $\chi^2$  de la loi de Student), en privilégiant les aspects qualitatifs, mais aucune connaissance à leur sujet n'est exigible dans le cadre de ce programme.

On se placera dans le cadre d'échantillons considérés comme réalisations de variables aléatoires indépendantes.

a) Estimation ponctuelle d'un paramètre :  
- fréquence ;  
- moyenne et écart type.

b) Estimation par un intervalle de confiance d'un paramètre :  
- fréquence dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ;  
- moyenne, dans le cas d'une loi normale quand son écart type est connu ou dans le cas de grands échantillons.

c) Tests d'hypothèse :  
- relatifs à une fréquence  $p$ , dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale,  
tester  $p = p_0$  contre  $p > p_0$ , contre  $p < p_0$   
tester  $p = p_0$  contre  $p \neq p_0$  ;  
- relatifs à une moyenne  $m$ , dans le cas de la loi normale,  
tester  $m = m_0$  contre  $m > m_0$ , contre  $m < m_0$  ;  
tester  $m = m_0$  contre  $m \neq m_0$  ;  
- comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.

Une illustration qualitative succincte des notions de biais et de convergence d'un estimateur peut être proposée, mais toute étude mathématique de ces qualités est hors programme.

On distinguera confiance et probabilité :

- avant le tirage d'un échantillon, la procédure d'observateur de l'intervalle de confiance a une **probabilité**  $1 - \alpha$  que cet intervalle contienne le paramètre inconnu,  
- après le tirage, le paramètre est dans l'intervalle calculé avec une **confiance**  $1 - \alpha$ .

La taille  $n$  de l'échantillon sera suffisamment grande ( $n \geq 30$ ).

On soulignera que la décision prise, rejet ou acceptation dépend des choix faits *a priori* par l'utilisateur : choix de l'hypothèse nulle, choix du seuil de signification.

### Travaux pratiques

1° Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance de la fréquence, dans le cas d'une loi binomiale connue, à partir d'échantillons simulés.

2° Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance de fréquences.  
Estimation ponctuelle de moyennes, d'écart-types et estimation par intervalle de confiance de moyennes, dans des situations relevant de la loi normale.

3° Construction et utilisation de tests  
- unilatéraux et bilatéraux relatifs à une fréquence ;  
- unilatéraux et bilatéraux relatifs à une moyenne dans des situations relevant de la loi normale.

4° Construction et utilisation de tests de comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.

5° Exemples d'utilisation de la droite de Henry, du test du  $\chi^2$ , du test de Student (cas des petits échantillons).

La connaissance *a priori* de la loi sous-jacente permet de comparer le paramètre réel et les estimations obtenues à partir des échantillons.

Aucune connaissance sur ce TP n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

Quand  $n$  est grand, le théorème de la limite centrée event la procédure mise au point pour les échantillons gaussiens à des cas plus généraux.

La construction d'un test comporte le choix des hypothèses nulle et alternative, la détermination de la région critique et l'énoncé de la règle de décision.

Cette comparaison peut permettre, par exemple, d'apprécier une éventuelle amélioration dans un processus de fabrication.

Ce TP n'est à réaliser, en entier ou en partie, qu'en liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles et seulement si dans celles-ci, ces procédures sont utilisées.

Aucune connaissance à son sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

## FIABILITÉ

Sous l'impulsion notamment du mouvement de la qualité, les méthodes statistiques sont aujourd'hui largement utilisées dans les milieux économique, social ou professionnel. Des procédures plus ou moins élaborées sont mises en œuvre, par exemple dans l'analyse des résultats d'expériences sur le vivant, les sondages, la maîtrise statistique des procédés, la fiabilité, les plans d'expériences. Des logiciels spécialisés exécutent automatiquement les calculs suivant les normes AFNOR ou ISO.

L'objectif essentiel de ce module, au-delà de l'exécution des algorithmes ou des calculs correspondants, est d'amener les étudiants à prendre du recul vis-à-vis des méthodes utilisées.

On évitera les situations artificielles et on privilégiera les exemples issus du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines.

- a) Notions de fonction de fiabilité, de fonction de défaillance, de taux d'avarie (ou de mortalité), moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF).
- b) Loi exponentielle.
- c) Loi de Weibull.

La MTBF est définie comme l'espérance mathématique de la durée de vie.

### Travaux pratiques

1° Exemples d'étude de fiabilité et d'estimation de paramètres dans le cas de la loi exponentielle.

Représentation des données en utilisant le papier semi-logarithmique

2° Exemples d'étude de fiabilité et d'estimation de paramètres dans le cas de la loi de Weibull.

On montrera que l'utilisation de papier de Weibull permet d'obtenir une estimation des paramètres de cette loi, à partir de la fonction de répartition empirique. (L'utilisation de logiciels *ad hoc* donne directement une estimation optimale des mêmes paramètres et permet, en outre, d'obtenir un intervalle de confiance).

Le problème de l'ajustement de données empiriques à un modèle est hors programme.

3° Exemples d'étude de la disponibilité d'un système où le taux de défaillance et le taux de réparation sont constants.

Ce TI n'est à réaliser, en entier ou en partie, qu'en liaison avec les enseignants des disciplines professionnelles et seulement si, dans celles-ci, ces procédures sont utilisées. Aucune connaissance à son sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

## PLANS D'EXPÉRIENCE

La technique des plans d'expérience est devenue d'usage courant dans la mise en place des procédés industriels. Les enseignements professionnels font souvent référence à la méthode Taguchi.

En mathématiques, l'objectif de ce module est de montrer aux étudiants la nécessité de planifier les expériences et de leur permettre d'appréhender la démarche mise en œuvre afin d'obtenir une estimation optimale des paramètres inconnus, quand les mesures sont-ont un caractère aléatoire.

On montrera également l'importance du modèle *a priori*.

On évitera les situations artificielles et on s'appuiera sur des exemples issus du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements des disciplines correspondantes.

a) Plan factoriel à deux ou à trois facteurs, chacun à deux niveaux ;  
définition des actions principales, des interactions ;  
notion de degré de liberté

Matrice d'expérience, estimation ponctuelle des paramètres du modèle (effets principaux, éventuellement interaction).

b) Intervalle de confiance pour les estimations des paramètres du modèle quand l'écart type des mesures expérimentales est connu, dans des situations relevant de la loi normale

c) Test sur la signification d'un facteur, dans des conditions précédentes.

L'utilisation des méthodes de l'algèbre linéaire est hors programme.

En liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles, si le besoin apparaît, on abordera la notion de plan fractionnaire, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

On indiquera la méthode de construction de la matrice d'expérience selon l'algorithme de Yates

Sur des exemples simples, on montrera quelles sont les conditions pour que l'écart type puisse être estimé quand il est inconnu ; on pourra alors être amené à utiliser la loi de Student, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques

### Travaux pratiques

1° Exemples de mise en œuvre de plans d'expérience.

On utilisera dans la mesure du possible les situations que les étudiants peuvent rencontrer lors de leurs périodes de formation en entreprise.

## CALCUL VECTORIEL

L'objectif est de consolider et de développer certains acquis de terminale technologique concernant le calcul vectoriel.

Vecteurs (position, vitesse, accélération, force).

Barycentres (centres d'inertie).

Produit scalaire (longueurs, angles, puissance, travail).

Produit vectoriel (aires, angles, moments cinétique et dynamique, moment d'une force en un point).

Produit mixte (volumes, moment d'une force par rapport à un axe).

On soulignera le lien avec les concepts correspondants en sciences physiques et en mécanique, mais aucune connaissance en cinématique ou en dynamique n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

En outre, on pourra être amené à donner quelques notions sur les vecteurs glissants et sur les torseurs, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

## CONFIGURATIONS GEOMETRIQUES

Les seules connaissances exigibles des étudiants sont celles figurant dans les programmes de Seconde, Première STI et Terminale STI ou de Première et Terminale conduisant aux brevets de technicien préparés après la seconde de détermination.

L'objectif est de mettre en œuvre et de compléter cet acquis à partir de problèmes privilégiant les situations rencontrées dans les autres enseignements : analyse de la forme d'un objet usuel de l'espace (par projection ou famille de sections planes), modes de génération de tels objets (surfaces de révolution,...), calculs de distances, d'angles, d'aires, de volumes, problèmes d'optimisation, ... sur ces objets.

On fera la liaison avec les enseignements technologiques mettant en œuvre des logiciels de conception assistée par ordinateur (CAO).

### Travaux pratiques

1° Exemples d'étude de problèmes portant sur les objets usuels du plan et de l'espace.

Les sciences et techniques industrielles fournissent un large éventail de tels problèmes, et on évitera les situations artificielles.