NOMBRES COMPLEXES 1

Dans cette brève étude, on insistera sur l'intervention des nombres complexes en analyse (résolution d'équations différentielles) et sur leur utilisation en électricité et en électronique.

a) Sommes $a + bi$ telles que $i^2 = -1$: égalité, somme, produit, conjugué, inverse. Représentation géométrique. Lignes de niveau des fonctions $z \mapsto \mathscr{Re}(z)$ et $z \mapsto \mathscr{Im}(z)$.	La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas au programme. Les étudiants doivent connaître la notation $x + jy$, utilisée en électricité. Aucune connaissance sur les applications des nombres complexes à la géométrie n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
b) Module d'un nombre complexe ; argument d'un nombre complexe non nul. Notation $e^{i\theta}$; forme trigonométrique $z = re^{i\theta}$, où $r > 0$. Lignes de niveau des fonctions $z \mapsto \|z - a\|$ et $z \mapsto \text{Arg}(z - a)$. Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement. Relation $e^{i\theta}e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$; lien avec les formules d'addition.	Le repérage polaire $\rho e^{i\theta}$, où ρ est de signe quelconque, est hors programme.
c) Formule de Moivre. Formules d'Euler.	

Travaux pratiques

1° Exemples de mise en œuvre des formules de Moivre et d'Euler : linéarisation de polynômes trigonométriques.	Cette activité est à mener en liaison avec l'enseignement des sciences physiques ; toute virtuosité en ce domaine est exclue ; aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques et toutes les indications utiles doivent être fournies.
2° Résolution des équations du second degré à coefficients réels.	La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe sont hors programme.

NOMBRES COMPLEXES 2

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place en première et terminale technologique, en liaison avec l'enseignement des sciences physiques. Les objectifs sont de mettre en œuvre et de compléter cet acquis, d'une part pour fournir des outils qui sont utilisés en électricité, en mécanique et en automatique, d'autre part pour mettre en évidence les interprétations géométriques et les interventions des nombres complexes en analyse : fonctions à valeurs complexes et représentations géométriques associées, calcul intégral, résolution d'équations différentielles.

a) Forme algébrique $z = x + \mathrm{i}\,y$.
Représentation géométrique.
Lignes de niveau des fonctions $z \mapsto \mathscr{Re}(z)$ et $z \mapsto \mathscr{Im}(z)$.

La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas au programme.
Les étudiants doivent connaître la notation $z = x + \mathrm{j}\,y$, utilisée en électricité.

b) Module d'un nombre complexe ; argument d'un nombre complexe non nul.
Notation $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$; forme trigonométrique $z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, où $r > 0$.
Lignes de niveau des fonctions $z \mapsto |z - a|$ et $z \mapsto \mathrm{Arg}(z - a)$.

Le repérage polaire $\rho\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, où ρ est de signe quelconque, est hors programme.

c) Formule de Moivre. Formules d'Euler.

d) Transformations élémentaires : translation associée à $z \mapsto z + b$, similitude directe associée à $z \mapsto az$, symétrie associée à $z \mapsto \bar{z}$, inversion complexe associée à $z \mapsto \dfrac{1}{z}$.

On se bornera à l'étude de l'image d'une droite ou d'un cercle et à la conservation de l'orthogonalité.
Pour l'inversion complexe, les cercles considérés passent par l'origine ; l'inversion géométrique est hors programme.

Travaux pratiques

1° Linéarisation de polynômes trigonométriques.

Dans le cas d'un exposant supérieur ou égal à 4, le résultat sera obtenu à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

2° Résolution des équations du second degré à coefficients complexes.

L'étude systématique des racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe est hors programme.

3° Exemples d'étude de transformations associées à $z \mapsto az + b$ ou $z \mapsto \dfrac{az + b}{cz + d}$.

On donnera les indications permettant de ramener l'étude de telles transformations à une succession de transformations élémentaires figurant au programme. On se bornera aux images de droites (ou de parties de droite) ou de cercles (ou d'arcs de cercle).
On pourra faire le lien avec certains diagrammes de Nyquist utilisés en électronique.
On pourra également être amené à étudier d'autres exemples simples de transformations, telles que celles associées à $z \mapsto z^2$ ou à $z \mapsto \dfrac{1}{2}\left(z + \dfrac{1}{z}\right)$, en mettant en place les familles de courbes orthogonales associées ; mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

SUITES NUMERIQUES 1

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des "phénomènes discrets", et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos.
Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

a) Comportement global : suites croissantes, suites décroissantes.

b) Langage des limites :

Limite des suites de terme général n, n^2, n^3, $\sqrt{n}$.

Limite des suites de terme général $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n^2}$, $\frac{1}{n^3}$, $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Introduction du symbole $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

L'étude des limites par (A, N) et par (ε, N) est hors programme.
L'étude des suites de référence ci-contre et, plus largement, des suites $u_n = f(n)$ est à mener en liaison étroite avec celle des fonctions correspondantes.

Si une fonction f admet une limite ℓ en $+\infty$, alors la suite $u_n = f(n)$ converge vers ℓ.
Énoncés usuels sur les limites (admis).
Comparaison, compatibilité avec l'ordre.
Somme, produit, quotient.

Ces énoncés sont calqués sur ceux relatifs aux fonctions. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur présentation : l'objectif est d'apprendre aux étudiants à les mettre en œuvre sur des exemples simples.

Limite et comportements asymptotiques comparés des suites $(\ln n)$; (a^n), a réel strictement positif ; (n^p), p entier.

Travaux pratiques

1° Exemples d'étude de situations relevant de suites arithmétiques ou géométriques.

On privilégiera les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie.
Mis à part le cas des suites arithmétiques ou géométriques, l'étude d'une suite définie par son premier terme et une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ est hors programme.

2° Exemples d'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ (encadrement, monotonie, limite).

On se limitera à des cas simples.
Il s'agit notamment de pouvoir étudier et comparer, sur certains modèles mathématiques, la tendance à long terme d'un phénomène.

SUITES NUMERIQUES 2

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des "phénomènes discrets", et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos.
Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

a) Comportement global : suites croissantes, suites décroissantes.	
b) Énoncés usuels sur les limites (admis). Comparaison, compatibilité avec l'ordre. Somme, produit, quotient.	Il s'agit d'un prolongement de l'étude d'une suite pour les grandes valeurs de n, amorcée en terminale technologique. L'étude des limites par (A, N) et par (ε, N) est hors programme. Ces énoncés sont calqués sur ceux relatifs aux fonctions. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur présentation : l'objectif est d'apprendre aux étudiants à les mettre en œuvre sur des exemples simples.
Limite et comportements asymptotiques comparés des suites $(\ln n)$; (a^n), a réel strictement positif ; (n^p), p entier.	

Travaux pratiques

1° Exemples d'étude de situations relevant de suites arithmétiques ou géométriques.	On privilégiera les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie. Dans le cas de l'approximation d'une solution d'une équation, on pourra être amené à définir une suite par son premier terme et une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$; mis à part le cas des suites arithmétiques ou géométriques, aucune connaissance sur de telles suites n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques, et toutes les indications nécessaires doivent être fournies.
2° Exemples d'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ (encadrement, monotonie, limite).	On se limitera à des cas simples.
3° Exemples d'étude de suites définies par une relation de la forme $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ et leurs deux premiers termes.	L'étude de ce type de suite a pour objectif de préparer la résolution, à l'aide de la transformation en z, de certaines équations aux différences.

FONCTIONS D'UNE VARIABLE REELLE

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles ou complexes, définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$, qui servent à modéliser mathématiquement des "phénomènes continus". Les étudiants devront savoir traiter les situations qui se prêtent à une telle modélisation.

On consolidera les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants.

Ce module de programme énumère les fonctions intervenant dans les autres modules d'analyse, modules où figurent les rubriques de travaux pratiques concernant ces fonctions.

En particulier dans l'ensemble de ces modules, on utilisera largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept ou d'une méthode en l'illustrant graphiquement, numériquement ou dans un contexte lié à la spécialité considérée, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

Les calculs à la main, nécessaires pour développer la maîtrise des méthodes figurant au programme, ont leur cadre défini dans les rubriques de travaux pratiques, le plus souvent dans la colonne de commentaires.

Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions usuelles suivantes :	Les représentations graphiques doivent jouer un rôle important.
a) Fonctions en escalier, fonctions affines par morceaux, fonction exponentielle $t \mapsto \exp t$ ou $t \mapsto e^t$, fonction logarithme népérien $t \mapsto \ln t$, fonctions puissances $t \mapsto t^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$, fonctions circulaires, fonctions qui se déduisent de façon simple des précédentes par opérations algébriques ou par composition.	Selon les besoins des autres disciplines (chimie, acoustique, ...), on pourra mentionner la fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
Comparaison des fonctions exponentielle, puissances et logarithme au voisinage de $+\infty$.	
b) Fonctions circulaires réciproques ; on donnera leurs dérivées.	La dérivabilité de ces fonctions sera admise.
c) Fonctions $t \mapsto e^{it}$ et $t \mapsto e^{at}$ avec $a \in \mathbb{C}$.	

CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL 1

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies et régulières (c'est-à-dire admettant des dérivées à un ordre quelconque) sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
Il n'y a pas lieu de reprendre la présentation du concept de dérivée. On s'assurera que les étudiants connaissent les interprétations géométrique et cinématique de la dérivée en un point.
On consolidera et on approfondira les acquis de terminale technologique sur la pratique du calcul des dérivées.
Dans le cas de deux variables t et x liées par une relation fonctionnelle $x = f(t)$, on introduira la notation différentielle $df = f'(t)\,dt$; on donnera son interprétation graphique et on montrera l'intérêt de la différentielle pour les problèmes d'approximation. Aucune difficulté ne doit être soulevée sur le statut mathématique de la notion de différentielle.
Le concept d'intégrale sera introduit sans soulever de problème théorique.

a) Primitives

Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.
Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées ; primitives des fonctions de la forme $x \mapsto g'(ax+b)$, $(\exp g)g'$ et $g^{\alpha}g'$, où $\alpha \neq -1$, $\frac{g'}{g}$ où g est à valeurs strictement positives.

L'existence des primitives est admise.

b) Intégrale

Étant donné f et un couple (a,b) de points de I, le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f, est indépendant du choix de F. On l'appelle intégrale de a à b de f et on le note $\int_a^b f(t)\,dt$.

Dans le cadre de fonctions positives, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

Aucune théorie sur la notion d'aire n'est au programme. On admettra son existence et ses propriétés élémentaires.
Les étudiants doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze.

Étant donné un point a de I, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f sur I prenant la valeur zéro au point a.

Propriétés de l'intégrale :
- Relation de Chasles.
- Linéarité.
- Positivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \geq 0$; intégration d'une inégalité.
- Inégalité de la moyenne : si $a \leq b$ et $m \leq f \leq M$, alors $m(b-a) \leq \int_a^b f(t)\,dt \leq M(b-a)$.

Il conviendra d'interpréter, chaque fois qu'il est possible, les propriétés de l'intégrale en termes d'aire.

Travaux pratiques

1° Exemples d'emploi du calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des représentations graphiques des fonctions.	Les exemples seront issus, le plus souvent possible, de l'étude de phénomènes rencontrés en sciences physiques, en biologie, en économie ou en technologie. On se limitera aux situations qui se ramènent au cas des fonctions d'une seule variable. Pour la détermination d'une fonction, on pourra être amené à résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss. Il convient de ne pas abuser des problèmes centrés sur l'étude traditionnelle de fonctions définies par une formule donnée *a priori*, dont on demande de tracer la courbe représentative. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, devra comporter des indications sur la méthode à suivre.
2° Exemples de calcul d'intégrales à l'aide de primitives.	Les étudiants doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une des formes figurant au programme. Mis à part le cas de primitives de la forme précédente, tout calcul de primitive devra comporter des indications sur la méthode à suivre. On pourra montrer l'intérêt d'exploiter les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires, mais toute formule de changement de variable est hors programme.
3° Exemples de calcul d'aires, de volumes, de valeurs moyennes.	On pourra aussi, selon la spécialité, proposer des exemples de détermination de centres d'inertie, de calcul de moments d'inertie et de calcul de valeurs efficaces.
4° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une intégrale.	L'objectif est de familiariser les étudiants à un certain savoir-faire concernant quelques méthodes élémentaires (point-milieu, trapèzes), mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL 2

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles ou complexes définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
Il n'y a pas lieu de reprendre la présentation des concepts de dérivée et d'intégrale et aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à ce sujet. Les interprétations géométrique et cinématique de la dérivée en un point doivent être connues.
On consolidera et on approfondira les acquis de terminale technologique sur la pratique du calcul des dérivées et des primitives.
Dans le cas de deux variables t et x liées par une relation fonctionnelle $x = f(t)$, on introduira la notation différentielle $dx = f'(t)dt$; on donnera son interprétation graphique et on montrera l'intérêt de la différentielle pour les problèmes d'approximation. Aucune difficulté ne sera soulevée sur le statut mathématique de la notion de différentielle.
Pour l'intégration, sauf cas indispensable (pour lequel aucune difficulté théorique ne sera soulevée) on se limitera, comme en terminale technologique, au cas de fonctions dérivables.
Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme ; on admettra son existence et ses propriétés élémentaires.
Les exemples de calculs d'approximation cités dans le programme n'ont d'autre but que d'exercer les étudiants à mettre en œuvre, sur des exemples simples, une démarche algorithmique qui puisse être facilement interprétée graphiquement.

a) Étant donné un point a de I et une fonction f dérivable sur I.

la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f sur I

prenant la valeur zéro au point a

Propriétés de l'intégrale :
- Relation de Chasles.
- Linéarité.
- Positivité : si $a \le b$ et $f \ge 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \ge 0$

Il conviendra d'interpréter, chaque fois qu'il est possible ces propriétés en termes d'aire.

intégration d'une inégalité ;

inégalité $\left|\int_a^b f(t)\,dt\right| \le \int_a^b |f(t)|\,dt$

On ne soulèvera aucune difficulté théorique à propos de l'existence de l'intégrale $\int_a^b |f(t)|\,dt$

Inégalité de la moyenne : si $a \le b$ et $m \le f \le M$,

alors $m(b-a) \le \int_a^b f(t)\,dt \le M(b-a)$;

de même, si $a \le b$ et si $|f| \le k$, alors $\int_a^b |f(t)|\,dt \le k(b-a)$.

Inégalité des accroissements finis :
si $a \le b$ et si $|f'| \le k$, alors $|f(b) - f(a)| \le k(b-a)$

Les théorèmes d'existence (théorème de Rolle, formule des accroissements finis) et la formule de Taylor sont hors programme.

b) Intégration par parties

c) Intégration par changement de variable

On s'appuiera sur les exemples $t \mapsto t+b$ et $t \mapsto at$, où a et b sont des nombres réels, qui donnent lieu à une interprétation graphique, pour présenter sans justification théorique d'autres cas où le changement de variable est donné.

d) Illustration de l'emploi du calcul intégral pour l'obtention de majorations et d'encadrements, à l'aide d'exemples.

On se limitera à des exemples très simples et des indications pour l'encadrement de la fonction à intégrer devront être fournies.

e) Emploi de majorations tayloriennes pour l'obtention du développement limité au voisinage de 0 de la fonction $t \mapsto \exp t$.

Le résultat sera démontré, jusqu'à l'ordre 3

Développements limités des fonctions : $t \mapsto \ln(1+t)$
$t \mapsto (1+t)^{\alpha}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$, $t \mapsto \sin t$ et $t \mapsto \cos t$

Ces résultats seront admis.

f) Dérivée et primitives d'une fonction à valeurs complexes.

Pour ces notions, on se limitera aux fonctions $t \mapsto e^{at}$, avec $a \in \mathbb{C}$

Travaux pratiques

1° Exemples d'emploi du calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des représentations graphiques des fonctions	Les exemples seront issus, le plus souvent possible, de l'étude de phénomènes rencontrés en sciences physiques, en biologie en économie ou en technologie. On se limitera aux situations qui se ramènent au cas des fonctions d'une seule variable. Pour la détermination d'une fonction, on pourra être amené à résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss. Il convient de ne pas abuser des problèmes centrés sur l'étude traditionnelle de fonctions définies par une formule donnée *a priori*, dont on demande de tracer la courbe représentative. Toute étude sur le comportement asymptotique d'une fonction devra comporter des indications sur la méthode à suivre.
2° Exemples de tracé de courbes planes définies par une représentation paramétrique $x = f(t)$, $y = g(t)$.	On privilégiera les exemples liés aux autres enseignements (mouvement d'un point, signaux électriques, modélisation géométrique,...). Les étudiants doivent savoir déterminer la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul. Aucune connaissance sur l'étude des points singuliers et des branches infinies n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
3° Exemples simples d'emploi des développements limités pour l'étude locale des fonctions.	Les étudiants doivent savoir utiliser, sur des exemples simples de développements limités, les opérations addition, multiplication et intégration. Pour la composition, des indications sur la méthode à suivre devront être fournies.
4° Exemples de recherche des solutions d'une équation numérique, et de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une solution à l'aide de suites.	Sur des exemples, on mettra en œuvre quelques méthodes classiques : dichotomie, méthode de la corde (Lagrange), méthode de la tangente (Newton). Aucune connaissance spécifique sur celles-ci n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
5° Calcul d'une primitive figurant au formulaire officiel ou s'en déduisant par un changement de variable du type $t \mapsto t + b$ et $t \mapsto at$	On pourra montrer l'intérêt d'exploiter dans le calcul intégral les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires.
6° Calcul d'une primitive d'une fonction rationnelle dans le cas de pôles simples.	Dans le cas où il y a des pôles multiples, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.
7° Calcul d'une primitive d'une fonction exponentielle-polynôme (de la forme $t \mapsto e^{at}P(t)$ où a est un nombre complexe et où P est un polynôme).	Les étudiants devront savoir traiter les cas qui s'y ramènent simplement par linéarisation.
8° Exemples de calcul d'intégrales.	Tout excès de technicité est à éviter pour le calcul des primitives
9° Exemples de calcul d'aires, de volumes, de valeurs moyennes, de valeurs efficaces.	On pourra aussi, selon la spécialité, proposer des exemples de détermination de centres d'inertie et de calcul de moments d'inertie
10° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une intégrale.	L'objectif est de familiariser les étudiants avec quelques méthodes élémentaires (point-milieu, trapèzes), mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL 3

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles ou complexes définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
Il n'y a pas lieu de reprendre la présentation des concepts de dérivée et d'intégrale, et aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à ce sujet. Les interprétations géométrique et cinématique de la dérivée en un point doivent être connues.
On consolidera et on approfondira les acquis de terminale technologique sur la pratique du calcul des dérivées et des primitives.
Dans le cas de deux variables t et x liées par une relation fonctionnelle $x = f(t)$ on introduira la notation différentielle $dx = f'(t)dt$; on donnera son interprétation graphique et on montrera l'intérêt de la différentielle pour les problèmes d'approximation. Aucune difficulté ne doit être soulevée sur le statut mathématique de la notion de différentielle.
L'étude de la continuité ne constitue pas un objectif en soi ; toutefois, on sera amené à donner une interprétation graphique de cette propriété et à l'illustrer par des exemples et des contre-exemples simples.
Pour l'intégration, on se limitera au cas de fonctions continues par morceaux.
Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme ; on admettra son existence et ses propriétés élémentaires.
Les exemples de calculs d'approximation cités dans le programme n'ont d'autre but que d'exercer les étudiants à mettre en œuvre sur des exemples simples, une démarche algorithmique qui puisse être facilement interprétée graphiquement.

a) Étant donné un point a de I et une fonction f continue sur I, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f sur I prenant la valeur zéro au point a.

Propriétés de l'intégrale :

- Relation de Chasles.
- Linéarité.
- Positivité : si $a \le b$ et $f \ge 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \ge 0$;

intégration d'une inégalité ;

inégalité $\left|\int_a^b f(t)\,dt\right| \le \int_a^b |f(t)|\,dt$

- Inégalité de la moyenne : si $a \le b$ et $m \le f \le M$,

alors $m(b-a) \le \int_a^b f(t)\,dt \le M(b-a)$;

de même, si $a \le b$ et si $|f| \le k$, alors $\int_a^b |f(t)|\,dt \le k(b-a)$

Il convient d'interpréter, chaque fois qu'il est possible, les propriétés de l'intégrale en termes d'aires.

- Inégalité des accroissements finis :

si $a \le b$ et si $|f'| \le k$, alors $|f(b)-f(a)| \le k(b-a)$

Les théorèmes d'existence (théorème de Rolle, formule des accroissements finis) et la formule de Taylor sont hors programme.

b) Intégration par parties.

c) Intégration par changement de variable.

On s'appuiera sur les exemples $t \mapsto t + b$ et $t \mapsto at$, où a et b sont des nombres réels, qui donnent lieu à une interprétation graphique, pour présenter sans justification théorique d'autres cas de changement de variable. Dans ces cas on soulignera l'intérêt de la notation différentielle.

d) Formule de Taylor avec reste intégral. Majoration du reste, inégalité de Taylor Lagrange.
Application à l'obtention, au voisinage de 0, des développements limités des fonctions usuelles : $t \mapsto \exp t$, $t \mapsto \ln(1+t)$, $t \mapsto (1+t)^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$, $t \mapsto \sin t$ et $t \mapsto \cos t$.

Le résultat, démontré pour la fonction exponentielle, pourra être admis pour les autres fonctions.

e) Dérivée et primitives d'une fonction à valeurs complexes.

On se contentera de donner les définitions et quelques exemples, en particulier celui des fonctions $t \mapsto e^{at}$, avec $a \in \mathbb{C}$.

Travaux pratiques

1° Exemples d'emploi du calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des représentations graphiques des fonctions.	Les exemples seront issus, le plus souvent possible, de l'étude de phénomènes rencontrés en sciences physiques, en biologie ou en technologie. On se limitera aux situations qui se ramènent au cas des fonctions d'une seule variable. Pour la détermination d'une fonction, on pourra être amené à résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss. Il convient de ne pas abuser des problèmes centrés sur l'étude traditionnelle de fonctions définies par une formule donnée *a priori*, dont on demande de tracer la courbe représentative. Toute étude sur le comportement asymptotique d'une fonction devra comporter des indications sur la méthode à suivre.
2° Exemples de tracé de courbes planes définies par une représentation paramétrique $t \mapsto f(t) + \mathrm{i}\,g(t)$ ou $t \mapsto F(t) = r(t)\exp(\mathrm{i}\,\varphi(t))$, où $r(t) > 0$	On privilégiera les exemples liés aux autres enseignements (mouvement d'un point, signaux électriques, modélisation géométrique....). L'objectif ici est la gestion conjointe de deux tableaux de variation : dans un cas, de f et de g, dans l'autre de r et de φ. Les étudiants doivent savoir déterminer la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul. Aucune connaissance sur l'étude des points singuliers et des branches infinies n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques. L'étude des courbes définies par une équation polaire $\theta \mapsto \rho(\theta)$ est hors programme.
3° Exemples simples d'emploi des développements limités pour l'étude locale des fonctions.	Les étudiants doivent savoir utiliser, sur des exemples simples de développements limités, les opérations addition, multiplication et intégration. Pour les autres opérations (quotient, composition), des indications sur la méthode à suivre doivent être fournies.
4° Exemples de recherche des solutions d'une équation numérique, et de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une solution à l'aide de suites.	Sur des exemples, on mettra en œuvre quelques méthodes classiques : dichotomie, méthode de la corde (Lagrange), méthode de la tangente (Newton). Aucune connaissance sur celles-ci n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
5° Calcul d'une primitive figurant au formulaire officiel ou s'en déduisant par un changement de variable	Aucune difficulté théorique ne sera soulevée dans le cas de l'intégration par changement de variable. Les changements de variable autres que $t \mapsto t + b$ ou $t \mapsto at$ seront donnés. Les étudiants doivent savoir utiliser dans le calcul intégral les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires.
6° Calcul d'une primitive d'une fonction rationnelle dans le cas de pôles simples.	Dans le cas où il y a des pôles multiples, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.
7° Calcul d'une primitive d'une fonction exponentielle-polynôme (de la forme $t \mapsto e^{at}P(t)$, où a est un nombre complexe et où P est un polynôme).	Les étudiants doivent savoir traiter les cas qui s'y ramènent simplement par linéarisation.
8° Exemples de calcul d'intégrales.	Tout excès de technicité est à éviter pour le calcul des primitives.
9° Exemples de calculs d'aires, de volumes, de valeurs moyennes, de valeurs efficaces.	On pourra aussi, selon la spécialité, proposer des exemples de détermination de centres d'inertie et de calcul de moments d'inertie.
10° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une intégrale.	L'objectif est de familiariser les étudiants à un certain savoir faire concernant quelques méthodes élémentaires (point-milieu, trapèzes, Simpson), mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.