CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL 1

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies et régulières (c'est-à-dire admettant des dérivées à un ordre quelconque) sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
Il n'y a pas lieu de reprendre la présentation du concept de dérivée. On s'assurera que les étudiants connaissent les interprétations géométrique et cinématique de la dérivée en un point.
On consolidera et on approfondira les acquis de terminale technologique sur la pratique du calcul des dérivées.
Dans le cas de deux variables t et x liées par une relation fonctionnelle $x = f(t)$, on introduira la notation différentielle $df = f'(t)\,dt$; on donnera son interprétation graphique et on montrera l'intérêt de la différentielle pour les problèmes d'approximation. Aucune difficulté ne doit être soulevée sur le statut mathématique de la notion de différentielle.
Le concept d'intégrale sera introduit sans soulever de problème théorique.

a) Primitives

Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.
Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées ; primitives des fonctions de la forme $x \mapsto g'(ax+b)$, $(\exp g)g'$ et $g^{\alpha}g'$, où $\alpha \neq -1$, $\dfrac{g'}{g}$ où g est à valeurs strictement positives.

L'existence des primitives est admise.

b) Intégrale

Étant donné f et un couple (a,b) de points de I, le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f, est indépendant du choix de F. On l'appelle intégrale de a à b de f et on le note $\int_a^b f(t)\,dt$.

Dans le cadre de fonctions positives, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

Aucune théorie sur la notion d'aire n'est au programme. On admettra son existence et ses propriétés élémentaires.
Les étudiants doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze.

Étant donné un point a de I, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f sur I prenant la valeur zéro au point a.

Propriétés de l'intégrale :
- Relation de Chasles.
- Linéarité.
- Positivité : si $a \le b$ et $f \ge 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \ge 0$; intégration d'une inégalité.
- Inégalité de la moyenne : si $a \le b$ et $m \le f \le M$, alors $m(b-a) \le \int_a^b f(t)\,dt \le M(b-a)$.

Il conviendra d'interpréter, chaque fois qu'il est possible, les propriétés de l'intégrale en termes d'aire.

Travaux pratiques

1° Exemples d'emploi du calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des représentations graphiques des fonctions.	Les exemples seront issus, le plus souvent possible, de l'étude de phénomènes rencontrés en sciences physiques, en biologie, en économie ou en technologie. On se limitera aux situations qui se ramènent au cas des fonctions d'une seule variable. Pour la détermination d'une fonction, on pourra être amené à résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss. Il convient de ne pas abuser des problèmes centrés sur l'étude traditionnelle de fonctions définies par une formule donnée *a priori*, dont on demande de tracer la courbe représentative. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, devra comporter des indications sur la méthode à suivre.
2° Exemples de calcul d'intégrales à l'aide de primitives.	Les étudiants doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une des formes figurant au programme. Mis à part le cas de primitives de la forme précédente, tout calcul de primitive devra comporter des indications sur la méthode à suivre. On pourra montrer l'intérêt d'exploiter les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires, mais toute formule de changement de variable est hors programme.
3° Exemples de calcul d'aires, de volumes, de valeurs moyennes.	On pourra aussi, selon la spécialité, proposer des exemples de détermination de centres d'inertie, de calcul de moments d'inertie et de calcul de valeurs efficaces.
4° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une intégrale.	L'objectif est de familiariser les étudiants à un certain savoir-faire concernant quelques méthodes élémentaires (point-milieu, trapèzes), mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.