ALGEBRE LINEAIRE

Il s'agit d'une initiation aux méthodes de l'algèbre linéaire : on vise d'abord une certaine aisance dans l'emploi du langage géométrique (vecteurs, applications linéaires) et du langage matriciel ; on vise aussi la pratique, sur des exemples simples, de la diagonalisation des matrices, afin de fournir aux étudiants des outils efficaces pour l'étude des phénomènes rencontrés en mécanique et en sciences physiques ou en économie. Pour le calcul matriciel, on utilisera largement les moyens informatiques, les calculs à la main étant limités aux cas les plus élémentaires servant à introduire les opérations sur les matrices

a) $\mathbb{R}^n$, espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.
Bases de $\mathbb{R}^n$; base canonique de $\mathbb{R}^n$.
Applications linéaires de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$.
Algèbre $\mathscr{L}(\mathbb{R}^n)$ des endomorphismes de $\mathbb{R}^n$.

On se limitera à des exemples où la dimension est petite ; aucune connaissance théorique sur le cas général n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
L'étude des structures algébriques (groupes, anneaux, corps,...) n'est pas au programme ; il en est de même pour les notions générales d'espace vectoriel et d'algèbre.
Les généralités sur l'algèbre linéaire doivent être réduites au minimum, et aucune difficulté théorique ne doit être soulevée sur ce chapitre

b) Matrice associée à une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ relativement à des bases données.
Algèbre $M_n(\mathbb{R})$ des matrices carrées

c) Matrice associée à un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ dans une base, changement de base, matrices semblables.

d) Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme ; définition des endomorphismes diagonalisables, interprétation matricielle.
Valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice.

La méthode mise en œuvre sera détaillée dans le cas où $n = 2$.
On admettra sa généralisation et on utilisera les moyens informatiques pour obtenir les résultats cherchés.
Aucune connaissance sur les méthodes de réduction des matrices non diagonalisables n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

Travaux pratiques

1° Détermination de la matrice associée à une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ relativement aux bases canoniques et détermination de l'image d'un vecteur par une application linéaire de matrice donnée

2° Exemples de diagonalisation d'une matrice.

On montrera l'intérêt de la diagonalisation pour la résolution de systèmes linéaires homogènes d'équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants et pour l'étude de systèmes de suites récurrentes dans des cas très simples.