2.2 ALGÈBRE ET ANALYSE

On gardera dans tout ce chapitre l'état d'esprit recommandé en classe de seconde: utiliser et développer conjointement les traitements graphique, numérique et algébrique.
La partie algèbre vise à entretenir et prolonger les connaissances acquises antérieurement sur les résolutions d'équations ou de systèmes
Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés.
Les opérations entre fonctions seront introduites à travers des exemples et il n'y a pas lieu d'effectuer d'exposé général; il en sera de même de l'étude des variations d'une fonction à partir de fonctions plus élémentaires: l'important est de ne pas passer à côté d'évidences et d'éviter les complications artificielles.
Le concept de dérivée est un élément fondamental du programme de première; lors de son introduction, on se contentera d'une approche intuitive de la limite finie en un point. On abordera les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini) sous un angle graphique et on gardera là aussi une vision intuitive.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Algèbre		
Exemples de systèmes d'équations linéaires à deux ou trois inconnues; d'inéquations linéaires à deux inconnues.	On étudiera quelques exemples simples de problèmes de programmation linéaire.	On consolidera l'interprétation géométrique des systèmes linéaires à deux inconnues; cela amènera à reconnaître directement l'équation $ux+vy+w=0$ (avec $(u,v)\neq(0;0)$) comme équation de droite.
Résolution d'équations et d'inéquations du 2nd degré.	On fera le lien avec la représentation graphique de la fonction $x \to x^2+bx+c$.	On évitera l'application systématique de formules générales utilisant le discriminant, lorsque une solution plus simple est immédiate.
Généralités sur les fonctions		
Représentation graphique de la fonction $x \to u(x+k)$ et des fonctions $u+k$, $u+v$, $u-v$, ku, $\lvert u \rvert$, où u et v sont des fonctions connues et k une constante. Sens de variation dans des cas simples.	On partira des fonctions étudiées en classe de seconde. On privilégiera les représentations graphiques faites à l'aide d'un grapheur (calculatrice graphique ou ordinateur).	On se restreindra à des cas simples. L'objectif essentiel est la compréhension du sens des opérations élémentaires sur des fonctions: on pourra traiter un ou deux exemples à la main, mais aucune technicité n'est à rechercher ici; un grapheur permettra avantageusement de varier les situations.
	On montrera en particulier que si u et v sont monotones de même sens, alors $u+v$ l'est aussi.	On abordera à cette occasion les propriétés relatives à la somme membre à membre de deux inégalités.
Mise en évidence de la composée de fonctions dans des expressions simples.	On reviendra à cette occasion sur le sens des écritures algébriques. Dans des cas simples où n'interviennent que des fonctions monotones, on déduira le sens de variation.	La "composée" de fonctions sera ici introduite naturellement, sans qu'il soit indispensable d'utiliser la notation $u \circ v$.
Dérivation		
Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point. Nombre dérivé d'une fonction en un point: définition comme limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. Fonction dérivée. Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable. Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de $x \to x^n$, de $x \to \sqrt{x}$.	Plusieurs démarches sont possibles: passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps); zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.	On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits à l'occasion de ce travail sur la notion de dérivée; on s'en tiendra à une approche sur des exemples et à une utilisation intuitive.
Lien entre dérivée et sens de variation.	On étudiera, sur quelques exemples, les variations de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples.	On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant et on admettra la réciproque.
Application à l'approximation de pourcentages.	On montrera que, pour un taux x faible, n hausses successives de $x\%$ équivalent pratiquement à une hausse de $nx\%$. On illustrera ceci à l'aide de la représentation graphique de la fonction $x \to (1+x)^n$ (pour $n=2$ ou $n=3$) et de sa tangente pour $x=0$.	
Comportements asymptotiques		
Comportement des fonctions de référence à l'infini ($x \to x^2$, $x \to x^3$, $x \to \sqrt{x}$, $x \to 1/x$, $x \to 1/x^2$) ; en zéro ($x \to 1/x$, $x \to 1/x^2$). Asymptote horizontale, verticale ou oblique.	Ce travail sera illustré à l'aide des outils graphiques. On s'intéressera à des fonctions mises sous la forme $f(x)=ax+b+\varepsilon(x)$, la fonction ε tendant vers 0 en $+\infty$ ou en $-\infty$.	On s'appuiera sur l'intuition; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.