

N° 7  
17 FÉVR.  
2000

Page 329  
à 436

*L* B.O.

BULLETIN OFFICIEL  
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,  
DE LA RECHERCHE ET DE LA TECHNOLOGIE

# SOMMAIRE

---

## ORGANISATION GÉNÉRALE

- 333 Diffusion des données publiques (RLR : 104-4)  
Institution d'un médiateur de l'édition publique.  
C. du 9-12-1999. JO du 21-12-1999 (NOR : PRMX9903863C)

---

## RÉGLEMENTATION FINANCIÈRE ET COMPTABLE

- 337 Marchés publics (RLR : 353-0b)  
Les marchés fractionnés.  
C. du 24-1-2000 (NOR : ECOM9900874C)

---

## ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR, RECHERCHE ET TECHNOLOGIE

- 349 Brevet de technicien supérieur (RLR : 544-4a)  
Utilisation d'un formulaire de mathématiques pour certains BTS.  
N.S. n° 2000-021 du 10-2-2000 (NOR : MENS0000314N)
- 383 Brevet de technicien supérieur (RLR : 544-4a)  
Groupements de spécialités de BTS.  
Rectificatif du 10-2-2000 (NOR : MENS9901220Z)
- 383 Partenariat (RLR : 420-0c)  
Convention-cadre entre le MENet l'association Ingénieurs pour l'école.  
Convention du 13-1-2000 (NOR : MENE0000298X)

---

## ENSEIGNEMENTS ÉLÉMENTAIRE ET SECONDAIRE

- 388 Baccalauréat (RLR : 544-0a)  
Dates et horaires des épreuves de l'option internationale du baccalauréat - session 2000.  
N.S. n° 2000-019 du 9-2-2000 (NOR : MENE0000281N)

---

## PERSONNELS

- 389 Avancement (RLR : 631-1)  
Inscription à la hors-classe du corps des IA-IPR.  
A. du 9-2-2000 (NOR : MENA0000321A)
- 389 Concours  
Personnels enseignants d'éducation et d'orientation.  
Arrêtés du 25-1-2000. JO du 26-1-2000 et 27-1-2000  
(NOR : MENP0000186A à NOR : MENP0000199A)
- 403 Enseignement privé (RLR : 531-7)  
Nombre de postes aux concours d'accès aux échelles de rémunération des professeurs du second degré - année 2000.  
A. du 25-1-2000. JO du 26-1-2000 (NOR : MENF0000053A)
- 404 Enseignement privé sous contrat (RLR : 531-7)  
Répartition des postes aux concours d'accès aux échelles de rémunération des professeurs du second degré - année 2000.  
A. du 25-1-2000. JO du 26-1-2000 (NOR : MENF0000054A)

- 409 Commissions administratives paritaires (RLR : 623-1)  
CAP des agents des services techniques de l'administration centrale.  
A. du 10-2-2000 (NOR : MEND0000344A)
- 409 Examen professionnel (RLR : 621-7)  
Accès au grade de secrétaire administratif de classe exceptionnelle  
du corps de SASU - année 2000.  
A. du 10-2-2000 (NOR : MENA0000386A)

---

## MOUVEMENT DU PERSONNEL

- 411 Nomination  
Chef du service de l'IGAENR.  
A. du 5-1-2000.JO du 13-1-2000 (NOR : MENI9902904A)
- 411 Nomination  
IGEN.  
D. du 21-1-2000.JO du 26-1-2000 (NOR : MENI9902905D)
- 411 Nominations  
Commissions chargées d'examiner les candidatures aux emplois  
d'IGAENR.  
A. du 6-1-2000.JO du 14-1-2000 (NOR : MENI9902906A)
- 412 Nomination  
Directeur de l'École supérieure d'optique.  
A. du 24-1-2000.JO du 29-1-2000 (NOR : MENS0000130A)
- 412 Nomination  
Administrateur provisoire d'IUFM.  
A. du 28-1-2000.JO du 5-2-2000 (NOR : MENS0000207A)
- 412 Nominations  
Jury du concours de recrutement des inspecteurs de l'éducation  
nationale - session 2000.  
A. du 9-2-2000(NOR : MENA0000257A)
- 414 Nominations  
Comité technique paritaire de l'administration centrale.  
A. du 9-2-2000(NOR : MEND0000297A)

---

## INFORMATIONS GÉNÉRALES

- 415 Vacance de poste  
AASU.  
Avis du 9-2-2000 (NOR : MENA0000282V)
- 427 Vacance de poste  
Agent comptable à l'ENSAM de Bordeaux.  
Avis du 9-2-2000 (NOR : MENA0000299V)
- 427 Vacances de postes  
Postes en CRDP et CDDP.  
Avis du 9-2-2000 (NOR : MENF0000284V)

## Le B.O. sur Internet

*Le Bulletin officiel de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie est en ligne sur le site Internet du ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie (<http://www.education.gouv.fr/bo>) depuis le 11 juin 1998.*

*On y retrouve les B.O. hebdomadaires, spéciaux et hors-série.*

*Ce service offre trois possibilités :*

- la consultation en ligne,
- le téléchargement,
- l'abonnement thématique.

## Bulletin d'abonnement

Oui, je m'abonne au Bulletin officiel de l'éducation nationale pour un an au prix de 485 F (73,94 €)  
BON À RETOURNER À : CNDP / Abonnement, B - 750, 60732 Sainte-Genève cedex

PRODUCTION	CODE	QUANTITÉ	METROPOLE		ETRANGER		TOTAL
			DOM-TOM	AVION	SURFACE		
B.O.	1		485 F	799 F	664 F		
			73,94 €	121,81 €	101,23 €		

Règlement à la commande :

- par chèque bancaire ou postal à l'ordre de l'agent comptable du CNDP.
- par mandat administratif à l'ordre de l'agent comptable du CNDP - CCP Paris, code établissement 30041. Code guichet 00001. N° de compte 09 137 23H 020, clé 14.

Nom, prénom (écrire en majuscules)

Etablissement (facultatif)

N° Rue, voie, boîte postale

Localité

Code postal Bureau distributeur

Merci de nous indiquer le n° de RNE de votre établissement

Nom de l'organisme payeur

N° de CCP

Relations abonnés : 03 44 03 32 37  
Télécopie : 03 44 03 30 13

Ne pas utiliser ce coupon en cas de réabonnement, un formulaire spécial vous sera adressé



Directeur de la publication : Alain Thyreau - Directrice de la rédaction : Colette Pâris - Rédactrice en chef : Jacqueline Pelletier - Rédacteur en chef adjoint : Jacques Aranas - Rédacteur en chef adjoint (Textes réglementaires) : Hervé Célestin - Secrétaire générale de la rédaction : Martine Marquet - Préparation technique : Monique Hubert - Maquettistes : Laurette Adolphe-Pierre, Christine Antoniuk, Béatrice Heuline, Bruno Lefebvre, Karin Olivier, Pauline Ranck ● RÉDACTION ET RÉALISATION : Mission de la communication, Bureau des publications, 110, rue de Grenelle, 75357 Paris 07 SP. Tél. 01 55 55 34 50, fax 01 45 51 99 47 ● DIFFUSION ET ABBONNEMENTS : CNDP Abonnement, B - 750 - 60732 STE GENEVIÈVE CEDEX 9. Tél. 03 44 03 32 37, fax 03 44 03 30 13. ● Le B.O. est une publication du ministère de l'Éducation nationale, de la Recherche et de la Technologie.

# ORGANISATION GÉNÉRALE

DIFFUSION DES  
DONNÉES PUBLIQUESNOR : PRMX9903863C  
RLR : 104-4CIRCULAIRE DU 9-12-1999  
JO DU 21-12-1999PRM  
MEN - BDC

## Institution d'un médiateur de l'édition publique

*Texte adressé aux ministres et aux secrétaires d'État*

1 - Dans ma circulaire du 20 mars 1998 relative à l'activité éditoriale des administrations et établissements publics de l'État, j'ai fixé les orientations qui doivent être respectées en cette matière.

J'ai notamment rappelé que les administrations et établissements dont ce n'est pas la vocation ne doivent pas entreprendre des activités éditoriales. Lorsqu'ils souhaitent publier et diffuser des ouvrages, il leur faut soit faire appel aux organismes publics qui sont investis statutairement d'une mission éditoriale, soit recourir à des éditeurs privés, notamment dans le cadre de coéditions, en veillant au respect des règles relatives aux marchés publics et aux délégations de service public.

Pour les éditeurs publics institutionnels, c'est-à-dire l'ensemble des organismes de droit public ayant vocation à exercer une activité éditoriale en vertu des textes législatifs ou réglementaires qui les régissent (tels que la direction des Journaux officiels, la direction de la Documentation française, la Réunion des musées nationaux, la Caisse nationale des monuments historiques et des sites, le Centre national de la recherche scientifique, le Centre national et les centres régionaux de documentation pédagogique, l'Institut géographique national et le Service hydrographique et océanographique de la marine), la circulaire a précisé les règles à observer afin de ne pas fausser le jeu de la concurrence sur le marché du

livre. Afin d'assurer concrètement le respect de ces règles, j'ai prescrit à ces organismes de développer des méthodes de comptabilité analytique.

Un groupe de travail a été constitué, sous la présidence de M. Bernard Gourmay, conseiller maître à la Cour des comptes, afin de mettre au point les instruments méthodologiques permettant d'assurer la transparence des coûts pour les produits éditoriaux émanant des éditeurs publics. Ce groupe, qui comprenait des représentants de toutes les institutions principalement concernées, s'est largement inspiré des usages en vigueur dans le secteur privé, en vue de faciliter les comparaisons avec ce dernier.

2 - À l'issue de ses travaux, le groupe a établi une note de synthèse, destinée à servir de guide pour les responsables d'institutions publiques à vocation éditoriale, ainsi qu'un modèle de "fiche-produit". Une telle fiche, qui retrace l'intégralité des coûts pris en compte pour établir le prix de revient d'un ouvrage, doit normalement être confectionnée pour chaque titre à éditer ou pour chaque collection lorsque l'ensemble des titres d'une même collection présentent des caractéristiques identiques de fabrication et de diffusion. Un glossaire, annexé à la fiche, précise le contenu de chacune des rubriques figurant dans celle-ci.

Enfin, le groupe a bâti un modèle de compte d'exploitation prévisionnel sur trois ans, pour illustrer l'articulation entre les éléments contenus dans la "fiche-produit" et les prévisions de vente d'un ouvrage ou d'une collection.

Vous trouverez, en annexe (1) à la présente circulaire, tous les documents élaborés par le groupe de travail. Ils serviront désormais de référence à tous les éditeurs publics.

Les orientations contenues dans ces documents peuvent, bien entendu, être ajustées en fonction de la spécificité des activités propres à chaque organisme. Toutefois, ces ajustements devront être strictement justifiés. Ils devront avoir pour objet d'assurer au mieux la transparence des coûts, par une présentation traduisant de manière pertinente sur le plan économique les particularités de l'activité éditoriale considérée. Ils ne devront en aucun cas rendre plus malaisées les comparaisons avec le secteur privé.

**3** - Ainsi que je l'annonçais dans ma circulaire du 20 mars 1998, il convient, maintenant qu'un cadre méthodologique a été défini pour la comptabilité analytique des éditeurs publics, de mettre en place un dispositif de suivi et d'évaluation des activités de ces derniers.

À cette fin, sur proposition de la ministre de la culture et de la communication, j'ai décidé qu'un médiateur de l'édition publique serait placé auprès d'elle. Ce médiateur pourra faire appel aux services de la direction du livre et de la lecture et, en tant que de besoin, aux directions des autres départements ministériels intéressés.

**3.1** Le médiateur de l'édition publique réunira périodiquement les responsables des éditeurs publics, en présence de représentants de la direction du livre et de la lecture et de la direction générale de la concurrence, de la consommation et de la répression des fraudes, pour faire le point sur leurs activités de production et de diffusion d'ouvrages, pour examiner l'évolution de la part du secteur public dans le marché du livre, et pour harmoniser les méthodes de détermination des coûts de revient et des prix de vente.

La mission du médiateur ne sera pas de fixer des orientations ou de porter une appréciation sur la politique éditoriale propre à chaque organisme. Les décisions en cette matière relèvent en effet exclusivement des dirigeants desdits organismes, agissant sous le contrôle de leurs autorités de tutelle respectives. Toutefois, lorsqu'il estimera que tel ouvrage ou telle collection ne correspond pas à la vocation de l'institution

publique qui l'édite, il pourra faire part de ses interrogations sur ce point aux responsables concernés et, le cas échéant, aux autorités de tutelle.

Tous les éditeurs publics institutionnels devront adresser annuellement au médiateur de l'édition publique un document d'information sur leur politique éditoriale, sur la diffusion de leurs ouvrages, sur le développement de leurs instruments de comptabilité analytique, sur l'évolution de leurs coûts et sur leur politique de prix. L'envoi de ce document interviendra dans les quatre mois suivant la clôture de l'exercice comptable. Le premier, portant sur l'exercice 1999, devra donc être transmis **avant le 30 avril 2000**.

Un cadre de présentation de ce document d'information annuel des éditeurs publics pourra être défini ultérieurement par le médiateur, afin d'assurer une présentation homogène des données et de rendre leur analyse plus aisée.

**3.2** Les éditeurs privés ainsi que le directeur du livre et de la lecture pourront s'adresser au médiateur de l'édition publique pour lui faire part de leurs observations ou interrogations concernant l'activité éditoriale d'une institution publique. Ils pourront, par exemple, lui signaler les cas concrets dans lesquels ils estiment qu'un ou plusieurs ouvrages mis sur le marché par un éditeur public ne correspondent pas à la mission de ce dernier, ou bien que les prix de vente pratiqués leur semblent anormalement bas.

Le médiateur s'efforcera de répondre aux demandes qui lui seront ainsi transmises dans un esprit de dialogue. Son intervention se situera sur un plan différent de celle du Conseil de la concurrence. Il n'aura pas pour mission d'assurer l'instruction contradictoire d'un dossier dans le cadre d'une instance quasi-juridictionnelle, mais simplement de donner un avis extérieur et impartial sur les pratiques éditoriales publiques. Son rôle sera de lever les incompréhensions réciproques, d'aboutir à des analyses partagées et de formuler, le cas échéant, des recommandations faisant l'objet d'un consensus.

Les entreprises privées auront toujours la faculté de saisir le médiateur de l'édition publique, elles n'en auront jamais l'obligation.

Je rappelle, à cet égard, qu'en vertu de l'article 53 de l'ordonnance n° 86-1243 du 1<sup>er</sup> décembre 1986 modifiée, les activités éditoriales de l'État et de ses établissements publics sont soumises aux règles de droit commun de la concurrence. Par conséquent, si un éditeur privé estime qu'une institution publique met sur le marché des ouvrages à un prix abusivement bas par rapport aux coûts de production, de transformation et de commercialisation et que cette offre peut avoir pour effet de l'éliminer ou de l'empêcher d'accéder à un marché, il peut saisir le Conseil de la concurrence, en application de l'article 11 de l'ordonnance précitée, pour que celui-ci, se prononce sur le bien-fondé de sa plainte et ordonne, le cas échéant, les mesures propres à faire cesser les pratiques anti concurrentielles contestées. La saisine du Conseil pourra intervenir, le cas échéant, après l'échec d'une démarche auprès du médiateur de l'édition publique, mais une telle démarche ne sera en aucun cas un préalable nécessaire.

À l'inverse, le médiateur ne pourra pas émettre d'avis ni examiner de réclamation dès lors que le Conseil de la concurrence aura été saisi d'un dossier.

Quand le médiateur recevra une réclamation d'un éditeur privé concernant le prix d'un ouvrage mis sur le marché par une institution publique, il prendra contact avec l'organisme mis en cause afin d'examiner les méthodes employées pour fixer ce prix. Il pourra obtenir, de la part de celui-ci, communication des éléments d'information, et notamment des documents de comptabilité analytique établis conformément aux principes directeurs définis en annexe à la présente circulaire, en vue de se forger une opinion sur la pertinence de ces méthodes. Il pourra également comparer le prix incriminé avec les prix pratiqués sur le marché pour des ouvrages de nature similaire, diffusés selon les mêmes modalités et tirés à un nombre d'exemplaires équivalents. S'il le juge utile, il pourra organiser des séances de travail réunissant des représentants de l'organisme mis en cause et des représentants de l'éditeur privé l'ayant saisi.

Le médiateur sera évidemment tenu de respecter la confidentialité des chiffres qui lui seront fournis par les éditeurs publics.

Dès qu'il s'estimera suffisamment informé, le médiateur fera part de ses conclusions et de ses éventuelles recommandations à l'éditeur privé et à l'organisme public concernés. S'il estime que la transparence des coûts est insuffisante chez ce dernier ou que les méthodes d'établissement des prix sont critiquables, il pourra lui proposer des mesures pour mettre fin à cette situation, en indiquant, le cas échéant, le délai dans lequel il lui paraîtrait souhaitable que leur mise en œuvre intervienne. Si, au contraire, il considère que les pratiques de l'éditeur public mis en cause ne prêtent pas le flanc à la contestation, il expliquera à l'entreprise privée l'ayant saisi les raisons de sa conviction.

Lorsque le médiateur aura formulé des recommandations à l'intention d'un éditeur public, je souhaite que ce dernier lui fasse part, dans un délai de trois mois au plus, des suites qu'il leur aura réservées. Si l'éditeur public concerné entend s'écarter des recommandations reçues, il devra justifier de manière détaillée sa position dans cette réponse.

**3.3** Le médiateur m'adressera, ainsi qu'à la ministre de la culture et de la communication, un rapport périodique sur son activité.

Ce document, qui sera rendu public, rendra compte de l'activité éditoriale des services et établissements publics de l'État en prenant notamment pour base les documents d'information adressés annuellement en application du point 3.1 ci-dessus. Il indiquera la teneur des affaires soumises par les éditeurs privés et donnera le sens des avis émis à ces occasions. Enfin, il contiendra, le cas échéant, des propositions en vue de compléter les orientations fixées dans la circulaire du 20 mars 1998 et dans la présente circulaire.

Le Premier ministre  
Lionel JOSPIN

(1) Les annexes sont publiées au JO du 21-12-1999, pages 18984 à 18989.

# RÈGLEMENTATION FINANCIÈRE ET COMPTABLE

MARCHÉS  
PUBLICS

NOR : ECOM9900874C  
RLR : 353-0b

CIRCULAIRE DU 24-1-2000

ECO  
MEN - BDC

## Les marchés fractionnés

■ Le décret n° 99-331 du 29 avril 1999 relatif aux marchés fractionnés a modifié les articles 76 et 273 et créé un nouvel article 76 bis du Code des marchés publics.

La présente circulaire, qui annule et remplace la circulaire du 5 août 1993 a pour objet de préciser les conditions de mise en œuvre de ces dispositions.

Le mécanisme des marchés fractionnés constitue une souplesse d'organisation et permet à une personne publique de pallier des difficultés de programmation. En effet, soit les besoins sont parfaitement programmables et le marché doit alors être conclu selon des modalités normales, soit ils ne peuvent l'être et le marché peut être légalement conclu dans le cadre des articles 76, 76 bis et 273 du Code des marchés publics. Toutefois, cette dérogation qui a trait à la forme du marché, ne peut être étendue à d'autres caractéristiques telles les modalités de mise en concurrence, la détermination de l'objet du contrat, l'attribution du marché à un seul contractant, la limitation de la durée du contrat, la forme du prix.

L'ensemble de ces éléments doivent être fixés conformément aux principes généraux applicables à la commande publique, aux principes issus du Code civil pour ses parties ayant trait aux caractéristiques des contrats, aux règles du Code des marchés publics y compris celles issues des directives communautaires applicables aux marchés publics.

Il sera donc rappelé les conditions générales de régularité de tout contrat, puis celles relatives au recours aux marchés fractionnés et enfin les règles particulières applicables à cette catégorie de marchés.

### I - Conditions de régularité des marchés publics

Un marché public, quelle que soit sa forme, est un engagement bilatéral conclu entre un fournisseur qui s'engage sur la qualité, la quantité et le prix d'une prestation et une personne publique qui s'engage à payer le prix demandé. Pour être valable tout marché doit revêtir trois caractéristiques qui sont des éléments substantiels en l'absence desquels l'engagement sera réputé inexistant.

Ces éléments sont :

- l'identification des parties contractantes,
- l'objet du marché,
- le prix du marché ou ses modalités de détermination.

#### 1.1 L'identification des parties

Il ne peut exister de marché sans contractant parfaitement identifié. Chaque cocontractant doit avoir la personnalité juridique.

#### 1.2 L'objet du marché

Avant le lancement de la procédure de recherche des fournisseurs, l'acheteur public procède à la définition et à l'évaluation aussi complète que possible de ses besoins. Ceux-ci sont exprimés en fonction de leur nature, de leur quantité, de leur qualité. Ces éléments vont



permettre de fixer l'objet du marché. L'objet doit être clairement décrit et être certain pour que le fournisseur puisse s'engager. Toutefois, lorsque, la personne publique ne peut déterminer totalement de manière définitive le volume ou le rythme de ses besoins ou ne peut s'engager fermement sur la totalité de la prestation envisagée, elle peut se placer dans le cadre des dispositions des articles 76 et 273 du Code des marchés publics et conclure soit un marché à bons de commande, soit un marché à tranches conditionnelles. La souplesse donnée par les articles 76 et 273 du Code des marchés publics est limitée à l'hypothèse où le volume et le rythme de la commande font l'objet d'une incertitude. Mais, celle-ci ne peut affecter la définition même des besoins. C'est ce qu'indique le premier alinéa des articles 76 et 273 issu du décret précité.

### 1.3 Le prix

Le marché doit fixer le prix ou les modalités de sa détermination. Lorsque l'exécution du marché est échelonnée, le prix de chaque prestation exécutée ne peut être déterminé que par application directe des clauses contractuelles.

### 1.4 Code des marchés et annualité budgétaire

Le décret du 29 avril 1999 a modifié l'article 76 du Code des marchés publics sans reprendre la disposition qui limitait la durée d'émission des bons de commande à la durée d'utilisation des crédits budgétaires.

Cette suppression a pour seul objet de traduire le fait que, bien qu'étroitement liées pour la mise en œuvre des marchés publics ces deux réglementations ont chacune leur autonomie. Elle ne saurait être interprétée comme une remise en cause du principe de l'annualité budgétaire. En effet, l'acheteur public demeure tenu, préalablement à son engagement juridique, de vérifier la disponibilité des crédits nécessaires à l'engagement comptable du marché.

II - Caractéristiques communes aux différentes catégories de marchés fractionnés

### 2.1 Définition des marchés fractionnés

Lorsque la nature des besoins à satisfaire est connue et peut faire l'objet d'un cahier des charges mais que les quantités susceptibles d'être commandées restent incertaines, il peut

être conclu des marchés fractionnés. La détermination des besoins doit néanmoins être réalisée dans les conditions prévues au Code des marchés par les articles 75 et 272.

Les articles 76 et 273 du Code des marchés publics prévoient deux catégories de marchés fractionnés : les marchés à bons de commande et les marchés à tranches conditionnelles.

Les marchés sont à bons de commande lorsque l'incertitude porte sur l'évaluation quantitative et le rythme du besoin global à satisfaire. Cette catégorie de marchés est réservée à des achats échelonnés, en particulier de biens consommables.

Les marchés sont à tranches conditionnelles lorsque l'ensemble des éléments quantitatifs est connu mais qu'il existe une incertitude sur la possibilité de réaliser l'intégralité du programme présenté. Chaque tranche représente un ensemble cohérent. En pratique, et compte tenu de la nécessité d'engager une dépense efficace, il convient que chaque tranche soit déterminée. Cette condition n'implique pas que les tranches comportent des prestations identiques; il est cependant nécessaire que l'ensemble des prestations de chaque tranche soit prévu dès le lancement de la consultation. Cette catégorie de marchés est plus particulièrement adaptée aux opérations d'infrastructure, d'immobilier et aux marchés industriels.

Le Code des marchés publics prévoit également que les marchés d'études peuvent être fractionnés. Il s'agit alors de marchés à tranches conditionnelles appelés marchés à phases. Ils sont mis en œuvre lorsqu'il est nécessaire de valider au fur et à mesure de son déroulement la progression de l'étude.

### 2.2 Utilisation conjointe

Si la combinaison dans un marché des deux formes de fractionnement n'est pas interdite, la rédaction du contrat s'avère complexe du fait de la multiplication des incertitudes, et les conditions d'exécution pourraient s'en trouver affectées.

En tout état de cause, à défaut de dispositions expresses en ce sens, la combinaison de ces deux formes de marchés ne saurait exonérer l'acheteur public des obligations spécifiques à chacune d'elles, il lui appartient en conséquence

de veiller au respect de l'ensemble des contraintes imposées par le code pour la passation de chacune de ces formes de marché.

Si l'incertitude porte tant sur les quantités que sur la faisabilité même de l'opération envisagée, il convient de s'interroger sur l'opportunité de lancer une consultation auprès des fournisseurs.

S'agissant de marchés d'études, la personne publique peut souhaiter ne pas s'engager sur la totalité de l'étude envisagée afin de pouvoir décider, au terme de phases bien précises, de l'opportunité ou de l'intérêt de la prolongation de l'étude. Dans ce cas, il ne convient pas qu'elle conclue un marché à bons de commande, inadapté aux besoins, mais qu'elle privilégie soit le marché à tranches conditionnelles, soit plus classiquement le marché découpé en phases tel que prévu par le Code des marchés publics - article 109 - Cette dernière configuration lui permet de conditionner la commande d'une étape au rendu des résultats ou des tests résultant d'une étape antérieure. Les différentes phases de l'étude, prédéterminées dans le marché, ne seront enclenchées qu'après acceptation des résultats de la phase précédente par la personne publique. Le marché pourra être définitivement arrêté après chaque phase.

S'agissant d'incertitudes touchant le projet lui-même (cas des marchés industriels ou de travaux), la pratique s'est développée de l'introduction dans le marché d'une part provisionnelle en cas d'ajustements techniques ou de modifications du projet. Cette disposition n'a aucune valeur juridique dans la mesure où il n'existe aucun engagement ni du fournisseur - qui ne connaît pas la teneur de ce qui pourrait lui être demandé - ni de la personne publique. Elle n'exempte donc pas le service, si des modifications s'avèrent nécessaires en cours d'exécution, de conclure un avenant dès lors que l'objet du marché et son économie initiale ne sont pas bouleversés.

### 2.3 Mise en concurrence et publicité

Les marchés fractionnés sont soumis aux règles communes. Toutefois, l'appréciation des seuils de publicité et de procédure obéit aux règles suivantes :

- pour les marchés à bons de commande, le montant à prendre en compte est l'estimation des besoins correspondant à la durée totale du marché envisagé y compris les périodes de reconduction éventuellement comprises dans la limite du délai maximal prévu par le 4 des articles 76 et 273. Si le marché comporte un minimum et un maximum, la détermination des obligations de publicité et de mise en concurrence se fait sur la base du maximum qui s'entend là encore périodes de reconduction comprises (sur la notion de reconduction voir point 3.2);

- pour les marchés à tranches, le montant à prendre en compte correspond au montant global constitué par la tranche ferme et la ou les tranche(s) conditionnelle(s);

- pour les marchés à phases, le montant à prendre en compte est le coût maximum de l'ensemble des phases permettant un rendu final de l'étude.

III - Marchés à bons de commande : spécificités

### 3.1 Éléments constitutifs du marché

Le marché, qui est constitué:

- d'une part de l'acte d'engagement et des pièces contractuelles initialement notifiées
- d'autre part des bons de commande émis pendant la durée de validité du marché comporte nécessairement les éléments visés à l'article 45 ou 255 du Code des marchés publics.

Les bons de commande ne peuvent modifier les conditions initialement fixées au marché. Ils peuvent néanmoins compléter ce dernier notamment sur les conditions d'exécution de la commande (lieux, délais et bien sûr quantités et montant du bon de commande résultant de l'application des clauses contractuelles). C'est ce qu'indique le second alinéa du 1 des articles 76 et 273 : "chaque bon de commande précise celles des prestations décrites dans le marché dont l'exécution est demandée. Il en détermine la quantité".

### 3.2 Durée du marché

La durée du marché doit être définie (articles 45 et 255 du CMP) et limitée.

La durée maximum des marchés à bons de

commande est de trois ans, reconduction comprise, sauf si le marché est passé en application du 1° ou 2° du II de l'article 104 du Code des marchés publics : dans ce cas, la durée maximum peut être portée à cinq ans.

Dans l'hypothèse où le service acheteur a entendu recourir aux dispositions dérogatoires du 2 et 3 des articles 76 et 273, la durée du marché est alors limitée à deux ans. Il ne serait, en effet, pas cohérent en présence d'un besoin difficile à évaluer ou nécessitant des prestations évolutives, que l'administration se lie très longuement avec un même fournisseur.

Les nouvelles dispositions relatives aux marchés à bons de commande prévoient, selon les différentes hypothèses (marché avec minimum et maximum, marché sans minimum ni maximum ou marché sans minimum ni maximum mais avec remise en compétition) des durées maximales impératives. Elles permettent en conséquence à l'acheteur public d'opter soit pour un marché à durée définitivement arrêtée lors de sa conclusion, soit pour un marché comprenant une période ferme susceptible d'être reconduite dans la limite des durées maximales prévues par le nouvel article 76. À titre d'illustrations sans caractère limitatif ou impératif peuvent ainsi être cités: soit un marché de trois ans, ou un marché d'un an reconductible deux fois pour les marchés comportant un minimum et un maximum; soit un marché de deux ans ou un marché d'un an reconductible une fois pour les marchés sans minimum ni maximum; soit un marché de cinq ans ou un marché d'un an reconductible dans la limite maximale de cinq ans pour les marchés passés en application des dispositions de l'article 104.II. 1° et 2°.

Les bons de commande signés par la personne responsable du marché ou le représentant expressément désigné par elle peuvent être émis jusqu'à l'expiration de la durée de validité du marché.

Toutefois, un bon de commande émis lors des derniers jours de validité du marché ne peut avoir pour objet de prolonger abusivement celui-ci. C'est pourquoi le 4 de l'article 76 comme de l'article 273 dispose que le marché doit préciser la durée d'exécution des bons de commande.

### 3.3 Les deux grandes catégories de marchés à bons de commande

#### 3.3.1 Marchés comportant un minimum et un maximum en valeur ou en quantité

Un marché constitue un engagement réciproque équilibré. L'acheteur public est non seulement tenu, sous peine d'indemnisation de son cocontractant, de lui passer commande à hauteur du minimum prévu au contrat, mais il est également tenu, en cas de survenance du besoin et pour des prestations identiques, de s'adresser exclusivement à lui jusqu'à hauteur du maximum prévu au contrat. En revanche, le cocontractant ne dispose d'aucun droit à l'obtention de commandes excédant le minimum prévu au marché et pouvant aller jusqu'au maximum prévisionnel contractuel dans l'hypothèse où, jusqu'à la date limite d'expiration du marché, il y aurait absence de survenance du besoin.

Afin que le marché soit équilibré et équitable, il convient que la fourchette entre le minimum et le maximum soit réaliste et corresponde à des estimations raisonnables. Des écarts trop importants ne reflétant aucune réalité des besoins mais n'ayant d'autre but que de minorer l'engagement initial de la personne publique et de maximiser l'engagement du fournisseur doivent être bannis. C'est la raison pour laquelle un écart maximum est fixé entre le minimum et le maximum du marché. Le 1 de l'article 76 et de l'article 273 fixe ce maximum à quatre fois le minimum.

Il s'agit de données en valeur ou en quantités qui doivent être appréciées, dans le silence du marché, sur la période ferme du marché ne comprenant pas les reconductions.

#### 3.3.2 Marchés sans montant ou sans quantité

Un marché ne comportant aucune indication de volume (en valeur ou en quantité) et qui ne permet pas de connaître l'ampleur de la commande n'a pas d'objet certain au sens du Code civil (article 1108). La détermination de l'obligation doit être, en effet, suffisamment précise pour les deux parties dès l'accord des volontés. Par souci de pragmatisme, il est acceptable que l'exigence de précisions soit moindre s'agissant non de la nature des prestations qui doit être parfaitement identifiée dès la mise en concurrence, mais de leur volume si une personne

publique est objectivement confrontée à une programmation difficile d'un événement dont la survenance n'est pas assurée (ex: événements météorologiques) mais qui impose, s'il survient, de disposer très rapidement de prestations indispensables.

En revanche, si l'acheteur sait le besoin certain, sans pouvoir en délimiter précisément le volume, il doit donner dans le règlement de la consultation, l'indication des quantités minimales ou maximales en s'appuyant notamment sur les consommations antérieures.

Le service qui entend recourir aux marchés à bons de commande sans minimum ni maximum devra, conformément aux exigences des points 2 et 3 des articles 76 et 273 et de l'article 76 bis, motiver ce choix dans le rapport de présentation du marché.

De plus, le marché sans minimum ni maximum sera un marché exclusif pour toute sa durée avec le prestataire sélectionné. Il doit être en effet mis fin à une pratique consistant à conclure parallèlement et pour des prestations identiques, plusieurs marchés sans minimum ni maximum avec différents cocontractants ou à une autre manière de procéder observée en pratique consistant à conclure, pour des prestations identiques, en dehors du marché des achats sur factures avec un autre fournisseur n'ayant fait l'objet d'aucune procédure de mise en concurrence. Ce principe qui est posé au dernier alinéa du point 2 des articles 76 et 273 modifiés dans les termes suivants: "Dans ce cas, il ne peut être passé de marchés portant sur des prestations identiques" ne fait que reformuler le principe général d'interdiction des multiattributions en matière de passation des marchés publics. Il ne saurait en aucun cas être interprété a contrario comme posant un principe général de régularité de la multiattribution ou autorisant le recours à des pratiques de multiattribution. Il doit être lu au regard du deuxième cas de marchés sans minimum ni maximum qui prévoit la possibilité d'attribuer le marché portant sur des prestations identiques à plusieurs titulaires, lesquels devront cependant être tous remis en compétition préalablement à l'attribution des bons de commande.

Toutefois, conformément aux dispositions

générales du Code des marchés publics, il reste bien entendu possible d'effectuer, parallèlement à ces marchés, d'autres acquisitions lorsque celles-ci concernent des produits, des travaux ou des services qui, même s'ils sont similaires à ceux prévus par le marché n'apparaissent pas comme entrant dans la définition de l'objet de ces marchés.

L'attention des acheteurs publics est cependant attirée sur le fait que si cette dérogation permet d'éviter la fixation dans le document contractuel d'un minimum et d'un maximum, l'évaluation du montant maximum probable du marché devra être effectuée afin de déterminer la procédure de consultation à mettre en œuvre, d'apprécier s'il est ou non nécessaire de procéder à une publicité à l'échelon communautaire et, le cas échéant, de saisir la commission spécialisée des marchés compétente. Ces indications doivent être données dans le rapport de présentation du marché. Cette remarque vaut également pour la seconde dérogation prévue au point 3 des articles 76 et 273.

### **3.4 Cas particulier des achats de prestations soumises à de brusques variations de prix, à une obsolescence technologique rapide ou à une urgence impérieuse d'exécution**

#### **3.4.1 Organisation de la mise en concurrence**

Le 3 des articles 76 et 273 prévoit un dispositif spécifique à certaines situations énumérées par le texte. S'agissant d'un dispositif dérogatoire au droit commun des contrats, il devra être mis en œuvre uniquement dans le cas où l'administration se trouverait précisément dans les cas qu'il énumère. Il appartiendra à la personne responsable du marché qui entend recourir à ce dispositif de motiver ce recours dans le rapport de présentation du marché.

Le recours à la désignation de plusieurs titulaires et à la remise en compétition n'est permis que dans le cadre d'un appel d'offres restreint ou ouvert, national ou communautaire.

Les candidats doivent être clairement informés dès l'avis d'appel à la concurrence de la forme particulière de la consultation et du nombre de titulaires retenus à l'issue de la remise des offres, lesquels seront seuls remis en compétition. Bien évidemment, la personne publique n'attribuera les marchés au nombre prévu de

titulaires que pour autant qu'elle dispose des moyens de le faire au vu des offres remises. À l'inverse, au cas où des offres équivalentes et acceptables lui seraient remises en plus grand nombre que le chiffre maximum annoncé, elle devra impérativement procéder à une sélection afin de respecter la règle qu'elle s'est fixée. Dans un souci de transparence et d'égalité de traitement des candidats, il conviendra que les modalités de cette sélection soient décrites dans le règlement de la consultation.

Lors de la survenance des besoins, tous les titulaires retenus doivent systématiquement être remis en compétition par la personne responsable du marché ou son représentant expressément désigné. À la demande des autorités de contrôle, les services devront dès lors être en mesure de produire :

- la lettre ou télécopie de remise en compétition permettant de vérifier que les entreprises ont été consultées au même moment, sur les mêmes bases et se sont vu accorder un délai identique pour remettre soit leur prix, soit leur délai, soit les deux, cf. point 3.4.2. Il pourra également être recouru au courrier électronique, sous réserve que celui-ci s'organise dans des conditions permettant la préservation de la confidentialité des messages ;

- l'enregistrement des réponses et leur contenu. La désignation de l'attributaire du bon de commande par la personne responsable du marché ou son représentant expressément désigné, ne peut intervenir qu'au regard du critère du prix et, le cas échéant de délai. Au moment de la remise en compétition, les titulaires du marché pourront ainsi proposer soit une diminution du prix initialement proposé, soit des remises sur ce prix. Le choix est automatique; il ne peut laisser place à une appréciation qualitative, celle-ci ayant été formulée lors de la décision initiale de retenir les titulaires. Dans les collectivités territoriales ce principe vaut également pour le choix, par les autorités compétentes ou les commissions d'appel d'offres de l'attributaire des bons de commande.

Cette procédure ne fait pas obstacle notamment à ce que les conditions matérielles d'exécution des bons de commande (date de livraison, lieu, quantité...) fassent l'objet, selon le cas, de

l'établissement d'ordres de services ou d'ordres de livraison.

### **3.4.2 Les cas de recours à la procédure de remise en compétition des titulaires**

#### **3.4.2.1 Produits dont les prix sont sujets à une forte volatilité**

Il s'agit pour l'essentiel des produits faisant l'objet d'une cotation sur un marché organisé: pétrole et dérivés, papier, matières premières.

#### **3.4.2.2 Produits à obsolescence rapide**

Il s'agit essentiellement des matériels informatiques et bureautiques enregistrant des progrès technologiques permanents permettant une baisse des prix.

Cette hypothèse doit simplement permettre à la personne publique confrontée à une évolution de la gamme des matériels objet du marché de bénéficier au meilleur prix des améliorations apportées par les fabricants dans la limite des spécifications du marché.

En revanche, quand un marché à bons de commande fait référence à une liste de produits déterminés, la fabrication ou l'achat de nouveaux produits non prévus au marché ne peut faire l'objet que d'un nouveau marché.

De même, lorsque la personne publique entend bénéficier d'avancées techniques qui n'existaient pas au moment de la consultation initiale et qui modifient de manière substantielle les prestations, c'est-à-dire qui changent les caractéristiques même du service rendu ou changent le besoin initialement exprimé (par exemple, changement de la nature des prestations), elle doit relancer une consultation pour conclure un nouveau marché.

#### **3.4.2.3 Besoins dont la survenance est liée à des situations d'urgence impérieuse ne résultant pas du fait de la personne publique contractante et incompatibles avec les délais d'organisation d'un appel d'offres**

Il s'agit d'une situation où les services ne savent pas exactement si le besoin surviendra. En revanche, le déclenchement du besoin nécessitant une réponse rapide en raison d'une situation d'urgence impérieuse, les délais d'organisation d'une consultation sont incompatibles avec cette exigence qui s'impose à la personne publique.

Ici, trois conditions doivent donc être

simultanément réunies:

- l'incertitude sur la survenance effective d'un besoin mais donnant lieu à la mise en œuvre de prestations susceptibles d'être parfaitement définies;

- la nécessité d'une réponse immédiate lorsque le besoin survient: un délai de quelques heures maximum laissé au service acheteur peut fournir une bonne indication du caractère impérieux de la réponse, laquelle doit absolument être incompatible avec l'organisation de l'une des procédures d'urgence prévues par le code;

- le fait que la situation ne résulte pas de la carence, de l'abstention ou de l'oubli des services relevant de la personne publique.

Ainsi sont susceptibles de rentrer dans cette catégorie les interventions humanitaires ou de secours d'urgence et d'une manière plus générale la mise en sécurité de personnes nécessitant la disponibilité quasi-immédiate de produits ou d'un prestataire.

Dans ce cas, le critère d'attribution du bon de commande après remise en compétition des titulaires sera le prix mais également la disponibilité, le délai d'intervention ou de livraison. En revanche, la volonté de se prémunir contre l'éventuelle défaillance d'un titulaire ne peut pas justifier le recours au processus de remise en compétition des entreprises. En effet, outre le fait que la défaillance n'est pas un motif prévu au 3 de l'article 76 ou 273, elle fait l'objet d'un dispositif spécifique prévu à l'article 104-I-3° du Code des marchés.

Un service qui recourrait à la remise en compétition de fournisseurs dans le seul but de se prémunir d'une carence éventuelle et au demeurant incertaine du titulaire principal commettrait un détournement de procédure.

### **3.5 Marchés à bons de commande et coordination ou centralisation des commandes publiques (article 34-1 du Code des marchés)**

En application des dispositions de l'article 34-1 du Code des marchés publics, chaque personne morale de droit public peut coordonner ses achats sans faire appel à un organisme ou à un coordonnateur extérieur. Dans ce cas, le service centralisateur peut soit passer un marché dans le cadre duquel les autres services émettront des bons de commande, soit conclure avec le

titulaire une convention de prix associée à un marché type. Ces schémas correspondent notamment aux administrations dotées de services déconcentrés, de même qu'aux établissements publics dont les services bénéficient d'une certaine autonomie administrative et comptable.

Lorsque l'acheteur public souhaite recourir à ces dispositions dans le cadre d'un marché à bons de commande, il importe de souligner qu'il est tenu au respect des conditions s'imposant à chaque forme de marché qu'il envisage de combiner. Sauf à constituer un cas de détournement de procédure, le recours à des formes combinées de marchés ne saurait en effet avoir pour effet de dispenser du respect des conditions imposées par les textes pour le recours à l'une de ces formes de marchés. Quatre hypothèses peuvent notamment être envisagées.

La première hypothèse concerne la combinaison de la procédure ordinaire des marchés à bons de commandes (comprenant un montant minimum et un montant maximum) avec un marché cadre. Dans ce cas, l'acheteur public devra, pour apprécier les besoins du marché cadre, procéder au recensement des besoins de l'ensemble des services déconcentrés concernés par le marché cadre afin de pouvoir fixer le montant minimum et le montant maximum de ses engagements. Le minimum et le maximum figurant au marché seront en conséquence constitués de la somme des besoins minimum et maximum des services.

La seconde hypothèse concerne la combinaison de la procédure ordinaire des marchés à bons de commande (comprenant un montant minimum et un montant maximum) avec une convention de prix associée à un marché type repris par chacun des services. Dans ce cas, les besoins du marché seront estimés sur la base de la somme des montants minimum et maximum annoncés par chacun des services déconcentrés pouvant passer les marchés types. Le principe du recours à une telle convention a en effet pour objet de tirer bénéfice, pour l'ensemble des services, des avantages financiers résultant de l'importance des besoins évalués à l'échelle de la personne morale conçue comme englobant les services

déconcentrés. Deux conséquences peuvent en être tirées, d'une part la convention de prix ne pourra consister en un tableau de prix dégressifs en fonction de l'importance de la commande passée et d'autre part les services déconcentrés seront tenus à l'égard du service centralisateur par l'évaluation de leurs besoins. La troisième hypothèse concerne le souhait de combiner la seconde procédure dérogatoire des marchés à bons de commandes (sans montant minimum ni montant maximum avec remise en compétition) avec une convention de prix associée à un marché type. Dans la mesure où dans ce cas la remise en compétition préalable à l'émission des bons de commande doit porter sur le seul prix éventuellement associé au délai de livraison, il convient de souligner l'incohérence d'une telle procédure avec l'existence préalable d'un bordereau de prix valant engagement du ou des titulaires du marché. Chaque acheteur public déconcentré devra en effet remettre en compétition les titulaires retenus pour les bordereaux de prix. Une telle hypothèse ne peut en conséquence être admise.

La dernière hypothèse concerne la combinaison des marchés à bons de commande sans minimum ni maximum avec une convention de prix associée à un marché type. Dans ce cas, il est possible de s'interroger sur l'efficacité d'un tel montage, l'effet quantité de l'achat groupé ne pouvant, à défaut d'avoir été indiqué, être générateur d'un meilleur coût des prestations ou des biens pour l'acheteur public.

### **3.6 Cas particulier des achats liés à une activité de recherche scientifique ou technologique prévus à l'article 76 bis**

L'activité de recherche scientifique ou technologique revêt un caractère spécifique. En effet, le déroulement d'une mission de recherche nécessite le recours à des matériels scientifiques répondant à des spécifications particulières ou à des produits scientifiques pour lesquels une même dénomination générique recouvre des réalités très différentes. C'est pourquoi, dérogeant aux principes généraux relatifs à la conclusion et à l'exécution des marchés à bons de commande, l'article 76 bis introduit dans le livre II du Code des marchés publics par le décret du 29 avril 1999 susmentionné fixe les

conditions dans lesquelles peuvent être conclus et exécutés de tels marchés afin de répondre aux besoins de l'activité de recherche scientifique ou technologique.

#### **3.6.1 Champ d'application de l'article 76 bis**

Les dispositions de l'article 76 bis s'appliquent tant aux services de l'État exerçant une mission de recherche scientifique ou technologique qu'aux établissements publics exerçant une telle mission placés sous la tutelle des différents départements ministériels, et notamment à ceux placés sous la tutelle des ministres chargés de l'enseignement supérieur, de la recherche et de la technologie.

#### **3.6.2 Dispositions non dérogatoires au regard de celles de l'article 76**

##### **3.6.2.1 Objet des marchés**

Bien que les marchés à bons de commande conclus en application de l'article 76 bis dérogeant à certaines dispositions de l'article 76, il n'en demeure pas moins que les besoins à satisfaire doivent être définis dans les conditions prévues à l'article 75. Même si le rythme et l'étendue de ces besoins et les caractéristiques techniques précises des matériels et des produits qui seront commandés au cours du déroulement d'une mission de recherche ne peuvent être totalement définis lors de la conclusion des marchés, le service intéressé doit déterminer aussi exactement que possible les spécifications et la consistance des prestations qui devront être exécutées. L'incertitude ne saurait en effet affecter la définition de l'objet même des dits marchés.

##### **3.6.2.2 Prix des prestations**

Les marchés doivent avoir un prix déterminé ou pouvant être déterminé. En conséquence, le fait que le rythme ou l'étendue des besoins à satisfaire ou que les caractéristiques des matériels ou des produits ne puissent être précisément définis lors de la conclusion des marchés ne saurait se traduire par l'absence d'un prix des prestations ou de tous éléments permettant d'en déterminer le prix au moment de l'émission des bons de commande. Ces dispositions ne s'opposent pas à ce que, au moment de la remise en compétition, les titulaires du marché proposent soit une diminution du prix initialement proposé, soit des remises sur ce prix.

### 3.6.3 Dispositions dérogatoires prévues dans le cadre de l'article 76 applicables aux marchés passés au titre de l'article 76 bis

#### 3.6.3.1 Montant des marchés

Les marchés conclus en application de l'article 76 bis, comme ceux passés en application des 2 et 3 du I de l'article 76, pourront ne comporter ni montant minimum ni montant maximum.

#### 3.6.3.2 Attribution des marchés

Comme pour les marchés visés au 3 du I de l'article 76, ceux conclus en application des dispositions de l'article 76 bis pourront, à l'issue d'une procédure d'appel d'offres ouverte ou restreinte engagée au niveau national ou européen selon les seuils, être conclus avec plusieurs titulaires pour le même objet, c'est-à-dire pour des lots comportant des prestations de même nature.

#### 3.6.3.3 Durée des marchés

Conformément aux dispositions du 4 du I de l'article 76, s'agissant de marchés conclus sans minimum ni maximum, les marchés passés en application de l'article 76 bis ne pourront l'être que pour une durée maximale de deux ans, reconduction comprise.

#### 3.6.3.4 Règlement de la consultation

Les dispositions prévues au troisième alinéa du 3 du I de l'article 76 concernant le règlement de la consultation s'appliquent aux marchés passés conformément aux dispositions de l'article 76 bis. Le règlement de la consultation doit donc annoncer que les titulaires seront remis en concurrence lorsque la personne responsable du marché ou son représentant auront l'intention de passer des commandes. Il doit également indiquer que lors de la survenance des besoins, tous les titulaires seront remis en concurrence sur la base du cahier des charges initial et que le choix de l'attributaire du bon de commande se fait comme indiqué au 3.6.4. Enfin, il doit préciser que les réponses des entreprises peuvent être transmises par tout moyen permettant de déterminer de façon certaine la date et l'heure de leur réception, ce dans les conditions indiquées supra par la présente circulaire pour les marchés passés en application du 3 du I de l'article 76.

#### 3.6.3.5 Formes et délais de la remise en concurrence

Sous réserve des dispositions particulières

énoncées au point 3.6.4 ci-dessous, la remise en concurrence des titulaires du marché doit répondre aux principes énoncés à l'article 76 et précisés dans la présente circulaire au point 3.4.1.

#### 3.6.3.6 Durée d'exécution des bons de commande

Comme pour les marchés passés en application de l'article 76, les cahiers des clauses administratives particulières des marchés visés à l'article 76 bis doivent préciser la durée d'exécution des bons de commande. L'émission des bons de commande ne pourra intervenir que jusqu'à expiration de la durée de validité du marché dans le cadre fixé au point 3.2 ci-dessus.

### 3.6.4 Dispositions particulières concernant les marchés conclus en application de l'article 76 bis

#### 3.6.4.1 Contenu du cahier des charges initial

Les marchés passés en application de l'article 76 bis peuvent être attribués par lots dans les conditions prévues à l'article 77 du Code des marchés publics. Dans ce cas, le cahier des clauses administratives particulières doit en faire mention, la nature de ces lots étant précisée dans le règlement de la consultation et leur contenu détaillé dans le cahier des clauses techniques particulières.

La répartition par lots peut être effectuée par famille de produits ou catégories de matériels appréciées au regard des besoins de la personne publique concernée; toutefois, les lots doivent avoir un caractère aussi homogène que possible. La personne responsable du marché doit veiller à ce que ces lots:

- ne soient pas d'une précision telle qu'ils conduisent, de fait, à désigner par avance leurs titulaires, en violation des règles de concurrence;
- ne soient pas fixés de façon trop large, en contradiction avec l'obligation de définir aussi exactement que possible l'objet du marché.

Le cahier des clauses techniques particulières ne peut se limiter à la seule indication de l'intitulé de lots (ex. pour les produits biologiques: lot "réactifs biochimiques") et à la simple énumération des matériels ou des produits qu'ils recouvrent (ex.: lot "microscopie électronique" - matériels concernés: microscopes à balayage, à transmission, à balayage environnemental et à



vide contrôlé, microscopes à effet de champ). Les principales spécifications techniques des matériels et les caractéristiques des produits susceptibles d'être commandés dans le cadre du marché doivent y être détaillées.

Les spécifications techniques des matériels peuvent être exprimées:

- en termes de fonctionnalités au regard de leurs conditions d'utilisation, en prévoyant les combinaisons éventuelles d'éléments auxquelles il est le plus fréquemment recouru;

- en termes de grandeurs mesurables (d°, mm, ml, %, g, etc.) ou d'écart entre des grandeurs mesurables (minimum/maximum).

Les caractéristiques des produits peuvent être déclinées :

- au regard d'appellations génériques;
- en fonction d'un ensemble de constantes spécifiques ou au contraire de variables (taux de pureté ou d'impureté);

- compte tenu de réactions attendues au regard de leurs conditions d'utilisation.

Le cahier des charges peut indiquer une estimation des commandes probables par famille de produits ou catégories de matériels. S'agissant toutefois d'une estimation sur laquelle la personne publique ne peut s'engager, le règlement de la consultation devra le souligner de façon très claire.

Enfin, conformément aux dispositions de l'alinéa 2 de l'article 76 bis, "le cahier des charges initial" - en l'espèce le cahier des clauses techniques particulières - doit indiquer celles des spécifications ou caractéristiques qui seront susceptibles d'être précisées lors de la remise en concurrence des titulaires, en fonction du déroulement de la mission de recherche. Il découle de ces dispositions que lors de la remise en concurrence, il ne sera pas possible d'ajouter des spécifications ou d'indiquer de caractéristiques supplémentaires au regard de celles qui auront été mentionnées dans le cahier des charges. Celui-ci doit expressément prévoir celles qui seront susceptibles d'être précisées lors de la remise en concurrence.

Il conviendra donc de prévoir dans le cahier des clauses techniques particulières que les précisions pourront porter sur:

- s'agissant des matériels:

- . l'une quelconque des fonctionnalités et/ou des combinaisons indiquées;

- . la donnée mesurable effectivement souhaitée;
- en ce qui concerne les produits:

- . leurs propriétés particulières (description du produit, degré d'impureté, possibilité de réaction, traçabilité...).

#### 3.6.4.2 Motivation des exigences particulières

Le troisième alinéa de l'article 76 bis fait obligation à la personne responsable du marché ou à son représentant d'indiquer à chaque titulaire, lors de la remise en concurrence, les motifs qui la conduisent à exiger les caractéristiques techniques qu'elle précise.

Ne saurait être considérée comme motivée la décision indiquant seulement que le besoin exprimé est lié à la mission de recherche scientifique ou technologique d'un service ou d'un établissement. Les motifs invoqués doivent donc être suffisamment explicites. Ils peuvent toutefois prendre la forme d'une référence à:

- l'activité de l'unité pour laquelle le besoin est exprimé lorsque celle-ci est limitée à un champ de recherche précis;

- la nature de la recherche engagée (en visant notamment le protocole correspondant) lorsque l'activité de l'unité concernée est de caractère plus généraliste;

- l'expérience précisément effectuée lorsque ceci ne conduit pas à révéler d'informations couvertes par l'un des secrets mentionnés à l'article 6 de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 portant diverses mesures d'amélioration des relations entre l'administration et le public. Dans le cas contraire en effet, le secret sera invoqué et les motifs devront être consignés dans un registre coté prévu à cet effet. Le bon de commande mentionnera alors que le secret est invoqué.

#### 3.6.4.3 Choix de l'attributaire du bon de commande

Dans le cadre des dispositions de l'article 76 bis, le choix de l'attributaire du bon de commande par la personne responsable du marché ou par le représentant expressément désigné par elle se fait prioritairement en fonction des caractéristiques particulières exigées lors de la remise en concurrence. La signature du bon de commande pourra être effectuée par la

personne responsable du marché ou par son représentant expressément désigné. Dans ce cas, le représentant agira sous la responsabilité de la personne responsable du marché.

#### 3.6.4.4 Champ d'application du marché

Les dispositions de l'article 76 bis ne font pas obstacle à ce que, parallèlement à ces marchés, d'autres acquisitions puissent être effectuées lorsque celles-ci concernent des produits, des travaux ou des services qui, même s'ils sont similaires à ceux prévus par le marché, n'apparaissent pas comme entrant dans la définition de l'objet de ces marchés à raison de leurs caractéristiques propres.

IV - Marchés à tranches conditionnelles

#### 4.1 Définition

Lorsque la prestation est parfaitement déterminable dans l'ensemble de ses composantes sur la base d'un programme défini en totalité mais que son exécution complète est incertaine pour des motifs d'ordre économique ou financier, le marché peut être fractionné en une tranche ferme et une ou plusieurs tranches conditionnelles. Le découpage opéré doit être fonctionnel c'est-à-dire que chaque tranche doit pouvoir satisfaire le besoin exprimé de manière autonome sans qu'il soit nécessaire que les tranches suivantes soient affermies.

#### 4.2 Éléments constitutifs du marché

Le marché est conclu pour la tranche ferme et les tranches conditionnelles. La consistance et l'étendue des différentes tranches sont obligatoirement définies dans le marché initial. Chacune des tranches dont l'objet est en relation avec l'opération globale envisagée donne lieu à remise d'un prix et d'un délai d'exécution.

La décision d'affermissement des tranches conditionnelles est prise par la personne responsable du marché et notifiée à l'entreprise. Cette décision unilatérale ne peut comporter d'éléments nouveaux venant modifier le marché initial; seul un avenant peut adapter le marché dans les limites définies au Code des marchés publics (article 45 bis et 255 bis) c'est-à-dire que chaque tranche doit pouvoir satisfaire le besoin exprimé de manière autonome sans qu'il soit nécessaire que les tranches suivantes

soient affermies.

### 4.3 Duré et étendue du marché

#### 4.3.1 Duré

La durée du marché est déterminée en fonction du temps nécessaire à l'exécution de chacune des tranches, ferme et conditionnelles. Il s'agit généralement de marchés pluriannuels.

Les marchés à tranches conditionnelles permettent notamment de lancer une consultation pour la réalisation d'un programme dont le financement total n'est pas encore assuré. Il convient cependant que les crédits soient disponibles pour l'exécution de la tranche ferme.

#### 4.3.2 Étendue du marché

Le marché est composé de la tranche ferme et des tranches conditionnelles. Toutefois, la personne publique n'est engagée que sur la tranche ferme. Le fournisseur a lui l'obligation d'exécuter aux conditions du marché initial les tranches conditionnelles lorsqu'elles sont affermies.

Le marché fixe les conditions d'exécution. À ce titre, il doit préciser les modalités d'affermissement ou de renoncement à l'affermissement des tranches conditionnelles.

Il doit indiquer:

- la date limite ou le délai d'affermissement de chacune des tranches conditionnelles;
- les conséquences de l'absence d'affermissement.

En cas d'absence de décision d'affermissement d'une tranche conditionnelle, le titulaire est dégagé de toute obligation et le marché est considéré comme achevé. Le titulaire peut percevoir une indemnité de dédit si le marché le prévoit (cf. point 4.4. s'agissant des conditions d'octroi d'une indemnité).

En cas de décision de non-affermissement, l'indemnité de dédit prévue au marché est également due.

Le marché peut comporter une période d'attente entre la fin prévue d'exécution de la tranche ferme et le délai-limite d'affermissement de la tranche conditionnelle. Lorsque l'entreprise est amenée à immobiliser du matériel, du personnel ou des installations dans l'attente de la confirmation de la commande de la tranche conditionnelle, dont l'affermissement est postérieur à la fin d'exécution de la tranche ferme,

induisant une rupture de charges, une indemnité d'attente doit être prévue au marché et versée au titulaire.

L'affermissement d'une tranche conditionnelle ne nécessite pas la conclusion d'un avenant, une décision écrite, unilatérale de la personne responsable du marché est suffisante; il s'agit en effet de faire application d'une clause du marché.

Toutefois, si l'administration décidait d'apporter des modifications aux prestations définies dans le cadre de la tranche conditionnelle, elle ne pourra le faire que dans les limites posées par les articles 45 bis et 255 bis du Code des marchés et en concluant un avenant.

#### **4.4 Clauses de prix**

Les prix fixés dans le marché initial sont soit fixés sur des bases identiques pour la tranche ferme et les tranches conditionnelles ultérieures, soit comportent pour les tranches conditionnelles des rabais calculés sur la base des prix de la tranche ferme lorsque le marché est conclu à prix unitaires.

Lorsque les prix sont fixés sur des bases identiques, il convient de prévoir une indemnité de

dédit (cf. point 4.3) en cas de non-affermissement de la tranche conditionnelle. En effet, dans ce cas de figure, l'entreprise a réparti ses charges fixes sur l'ensemble des tranches et doit pouvoir les couvrir d'une manière ou d'une autre.

En tout état de cause, l'entreprise devra être indemnisée à chaque fois que ces prix ont été fixés pour chacune des tranches sur une base identique en répartissant les frais fixes, les amortissements et en calculant les prix obtenus auprès de fournisseurs sur la base d'une commande globale.

Toutefois, le montant de l'indemnité devra dépendre du préjudice réel de l'entreprise. Elle pourra être forfaitisée si ce préjudice est limité à la perte du bénéfice d'une production en série ou à l'amortissement des frais fixes.

Le ministre de l'économie, des finances  
et de l'industrie

Christian SAUTTER

Le ministre de l'éducation nationale,  
de la recherche et de la technologie

Claude ALLÈGRE

# ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR, RECHERCHE ET TECHNOLOGIE

BREVET DE TECHNICIEN  
SUPÉRIEUR

NOR : MENS000314N  
RLR : 544-4a

NOTE DE SERVICE N°2000-021  
DU 10-2-2000

MEN  
DES A8

## Utilisation d'un formulaire de mathématiques pour certains BTS

*Texte adressé aux recteurs d'académie ; aux inspecteurs  
d'académie, directeurs des services départementaux de  
l'éducation nationale ; aux chefs d'établissement*

**Utilisation d'un formulaire de mathématiques pendant l'enseignement et au moment des épreuves de mathématiques pour les brevets de technicien supérieur faisant l'objet des groupements A, B, C et D et hors groupements pour les spécialités "comptabilité et gestion", "conception de produits industriels" et "informatique de gestion", à compter de la session 2000**

Vous voudrez bien trouver ci-joint, en annexe à la présente note de service les nouveaux formulaires de mathématiques concernant les brevets de technicien supérieur cités en objet. L'arrêté du 30 mars 1989, qui présente dans son annexe le programme de mathématiques et qui en définit l'épreuve, précise que l'utilisation du formulaire de mathématiques pendant les cours et au moment de l'examen est autorisée au même titre que celle des instruments de calcul et de dessin.

Cette disposition résulte de l'objectif assigné à l'enseignement des mathématiques au niveau de formation qui est celui des techniciens supérieurs. Il consiste à fournir aux étudiants les

outils nécessaires pour suivre avec profit les enseignements de sciences physiques, de technologie, d'économie, de gestion et d'informatique, tout en contribuant au développement de la formation scientifique. Compte tenu de cet objectif, il n'est pas apparu indispensable que l'étudiant ait à apprendre un certain nombre de formules portant sur les fonctions usuelles, les paramètres statistiques et les lois de probabilité. Outre qu'elle place les candidats dans les conditions voisines de celles qu'ils rencontreront dans leur vie professionnelle, cette disposition permet d'apprécier leur capacité à utiliser efficacement une documentation.

Elle évite également que les résultats obtenus ne soient trop liés aux performances de mémorisation des calculatrices de poche dont disposent les candidats. En effet, les calculatrices que l'on trouve sur le marché et autorisées aux examens ont des capacités de mémorisation de ces formules très variables : les modèles les plus perfectionnés sont ceux dont le prix est le plus élevé, ce qui est de nature à introduire des inégalités entre les candidats. La mise à disposition de ces formulaires qui constituent l'outil de base suffisant pour le niveau d'exigence en mathématiques de ces brevets de technicien supérieur doit donc être aussi considérée comme une mesure d'équité.

Vous veillerez à ce que la présente note de service soit diffusée dans les meilleurs délais dans les établissements concernés (publics,

privés sous contrat, privés hors contrat), afin que chaque candidat dispose d'un délai suffisant pour être en possession d'un exemplaire du formulaire de mathématiques correspondant à sa formation et ainsi se familiariser avec son utilisation.

Un formulaire de mathématiques identique à celui annexé à la présente note de service est distribué à chaque candidat en annexe du sujet de mathématiques. L'utilisation de tout autre formulaire est interdite.

Cette disposition entre en application à compter de la session 2000 pour les brevets de technicien supérieur des groupements A à D, et hors

groupement pour les spécialités "comptabilité et gestion", "conception de produits industriels" et "informatique de gestion". Les dispositions des précédentes sessions restent en vigueur pour les autres spécialités.

Cette note annule et remplace la note de service n° 99-051 du 12 avril 1999.

Pour le ministre de l'éducation nationale,  
de la recherche et de la technologie  
et par délégation,

L'adjoint à la directrice  
de l'enseignement supérieur  
Alain PERRITAZ

Formulaire de mathématiques - BTS : groupement A

Contrôle industriel et régulation automatique - Électrotechnique - Électronique - Génie optique - Informatique industrielle - Technique physique pour l'industrie et le laboratoire

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

### 1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^r = e^{r \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^a = e^{a \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it})$$

$$e^{i\alpha} = e^{i\beta} (\cos(\beta) + i \sin(\beta)), \text{ où } \alpha = \alpha + \beta$$

### 2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

#### a) Limites usuelles

##### Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t} = 0;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

##### Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

##### Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

## b) Dérivées et primitives

## Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$e^t$	$e^t$	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha$ ( $\alpha \in \mathbb{R}$ )	$\alpha t^{\alpha-1}$	Arcsin $t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	Arc tan $t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	$e^{at}$ ( $a \in \mathbb{C}$ )	$ae^{at}$
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

## Dérivations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(kx)' = kx'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{x'}{x^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(a^u)' = a u^{a-1} u'$$

## c) Calcul intégral

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$ :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties:

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t) \cdot v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

## d) Développement en séries entières

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + \dots$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + \dots$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + \dots$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{t^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + \dots$$

## e) Equations différentielles

Equations	Solutions sur un intervalle $I$
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où $G$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$ , $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ ..... où $r_1$ et $r_2$ sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique:	Si $\Delta = 0$ , $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{rt}$ ..... où $r$ est la racine double de l'équation caractéristique
$ax'' + bx' + c = 0$	Si $\Delta < 0$ , $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant $\Delta$	

### 3. SÉRIES DE FOURIER

$f$ : fonction périodique de période  $T$ ;

développement en série de Fourier :

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}, \quad (k \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(k\omega t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(k\omega t) dt.$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-in\omega t} dt \quad (n \in \mathbb{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k; \quad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k} \quad (k \in \mathbb{N}^*).$$

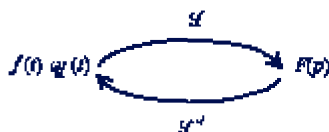
### 4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$L\{\delta(t)\} = \frac{1}{p}; \quad L\{t^n \delta(t)\} = \frac{1}{p^{n+1}}; \quad L\{t^n \delta(t)\} = \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N});$$

$$L\{e^{-at} \delta(t)\} = \frac{1}{p+a}; \quad L\{\sin(\omega t) \delta(t)\} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}; \quad L\{\cos(\omega t) \delta(t)\} = \frac{p}{p^2 + \omega^2}.$$

Propriétés



$f(t+\tau) \delta(t)$ $a > 0$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
$f(t-\tau) \delta(t-\tau)$	$F(p) e^{-p\tau}$
$f(t) e^{-at} \delta(t)$	$F(p+a)$
$f'(t) \delta(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t) \delta(t)$	$p^2 F(p) - p f(0^+) - f'(0^+)$
$-t f(t) \delta(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u) \delta(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$
$\frac{f(t)}{t} \delta(t)$	$\int_p^{+\infty} F(u) du$
$\int_0^t f(u) g(t-u) \delta(u) du$	$F(p) G(p)$
$f(t) \delta(t)$ où $f$ périodique de période $T$	$F_0(p) \frac{1}{1-e^{-pT}}$ où $F_0(p) = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt$





c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE N(0,1)

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota :  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

## Formulaire de mathématiques - BTS : groupement B

Aménagement finition - Assistance technique d'ingénieur - Bâtiment - Charpente-couverture - Conception et réalisation de carrosseries - Constructions métalliques - Construction navale - Domotique - Enveloppe du bâtiment : façades-étanchéité - Équipement technique-énergie - Études et économie de la construction - Géologie appliquée - Industries graphiques : communication graphique - Industries graphiques : productique graphique - Maintenance et après-vente automobile - Maintenance et exploitation des matériels aéronautiques - Maintenance industrielle - Mécanique et automatismes industriels - Microtechniques - Moteurs à combustion interne - Productique mécanique - Traitement des matériaux - Travaux publics

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

**1. RELATIONS FONCTIONNELLES**

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^r = e^{r \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^x = e^{x \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it})$$

$$e^{i\alpha} = \cos(\beta t) + i \sin(\beta t), \text{ où } \alpha = \alpha + i\beta$$

**2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL****a) Limite au réel**Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0;$$

$$\forall \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Ordres comparés à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

**b) Dérivées et primitives**

*Fonctions usuelles*

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\text{ch } t$	$\text{sh } t$
$e^t$	$e^t$	$\text{sh } t$	$\text{ch } t$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\text{Arc sin } t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\text{Arc tan } t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	$ae^{at}$
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

*Opérations*

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(k u)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^a)' = a u^{a-1} u'$$

**c) Calcul intégral**

*Valeur moyenne de f sur [a, b] :*

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

*Intégration par parties :*

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

**d) Développement limités**

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \dots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}t - \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}t^n + t^n \varepsilon(t)$$

**e) Equations différentielles**

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où $G$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique :	Si $\Delta > 0$ , $f(t) = \lambda e^{\lambda t} + \mu e^{\mu t}$ ..... où $\lambda_1$ et $\lambda_2$ sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$ , $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ ..... où $r$ est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$ , $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ et $\lambda_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
$ar^2 + br + c = 0$ de discriminant $\Delta$	

1. PROBABILITES

a) Loi binomiale  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  où  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ;  $E(X) = np$ ;  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,335	0,271	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,184	0,251	0,271	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,126	0,180	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,168	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,101	0,156	0,176	0,161	0,128	0,092	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,050	0,104	0,146	0,161	0,149	0,122	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,022	0,060	0,104	0,138	0,149	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,008	0,030	0,065	0,103	0,130	0,140	0,132	0,113
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,132	0,125
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,119	0,125
11				0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,097	0,114
12					0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,073	0,095
13					0,000	0,001	0,005	0,014	0,030	0,050	0,073
14						0,000	0,002	0,007	0,017	0,032	0,052
15							0,001	0,003	0,009	0,019	0,035
16							0,000	0,001	0,005	0,011	0,022
17								0,001	0,002	0,006	0,013
18								0,000	0,001	0,003	0,007
19									0,000	0,001	0,004
20										0,001	0,002
21										0,000	0,001
22											0,000

c) Loi exponentielle

Fonction de fiabilité :  $R(t) = e^{-\lambda t}$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{M.T.B.F.})$$

$$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTÉGRALE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE, RÉDUITE  $\Pi(x)$

$$\Pi(x) = P(T \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7020	0,7054	0,7089	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7733	0,7764	0,7794	0,7823	0,7853
0,8	0,7883	0,7911	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8105	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8769	0,8788	0,8808	0,8827
1,2	0,8847	0,8865	0,8883	0,8901	0,8919	0,8936	0,8953	0,8970	0,8986	0,8999
1,3	0,9015	0,9031	0,9046	0,9061	0,9075	0,9089	0,9103	0,9116	0,9129	0,9141
1,4	0,9154	0,9167	0,9179	0,9191	0,9202	0,9213	0,9224	0,9234	0,9244	0,9253
1,5	0,9262	0,9271	0,9280	0,9288	0,9296	0,9304	0,9312	0,9319	0,9326	0,9333
1,6	0,9341	0,9348	0,9354	0,9360	0,9366	0,9371	0,9377	0,9382	0,9387	0,9391
1,7	0,9396	0,9399	0,9403	0,9406	0,9409	0,9412	0,9415	0,9418	0,9421	0,9423
1,8	0,9426	0,9428	0,9430	0,9432	0,9434	0,9436	0,9437	0,9438	0,9439	0,9440
1,9	0,9441	0,9442	0,9443	0,9444	0,9444	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,0	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,1	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,2	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,3	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,4	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,5	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,6	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,7	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,8	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445
2,9	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445	0,9445

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE x

x	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(x)$	0,99865	0,99894	0,99913	0,99932	0,99951	0,99970	0,99989	0,99999	0,99999	0,99999

Notes :  $\Pi(-x) = 1 - \Pi(x)$

## ADDITIFS AU FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES POUR CERTAINES SPÉCIALITÉS DU GROUPEMENT B

---

Chacun de ces additifs ne doit être annexé au sujet que si celui-ci comporte un exercice relatif à la partie du programme considérée.

L'additif 1 ne concerne que les spécialités de BTS du groupement B pour lesquels le programme comporte une étude des séries de Fourier.

L'additif 2 ne concerne que les spécialités de BTS du groupement B pour lesquels le programme comporte une étude de la transformation de Laplace.

L'additif 3 ne concerne que les spécialités de BTS du groupement B pour lesquels le programme comporte une étude de la loi de Weibull.

### ADDITIF 1 AU FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES POUR CERTAINES SPÉCIALITÉS DU GROUPEMENT B

---

Cet additif ne concerne que les spécialités de BTS du groupement B pour lesquels le programme comporte une étude des séries de Fourier.

#### SÉRIES DE FOURIER :

$f$  : fonction périodique de période  $T$  ;

développement en série de Fourier :

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(ks\omega t) + b_k \sin(ks\omega t)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}, \quad (k \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt ; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(ks\omega t) dt ; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(ks\omega t) dt .$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-in\omega t} dt \quad (n \in \mathbb{Z}) ; \quad c_0 = a_0 ; \quad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k ; \quad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k} \quad (k \in \mathbb{N}^*).$$

## ADDITIF 2

### AU FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES POUR CERTAINES SPECIALITÉS DU GROUPEMENT B

Cet additif ne concerne que les spécialités de BTS du groupement B pour lesquels le programme comporte une étude de la transformation de Laplace.

#### TRANSFORMATION DE LAPLACE

##### Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}\{\mathcal{U}(t)\} = \frac{1}{p} ; \quad \mathcal{L}\{t^n \mathcal{U}(t)\} = \frac{n!}{p^{n+1}} ; \quad \mathcal{L}\{e^{at} \mathcal{U}(t)\} = \frac{1}{p-a} \quad (n \in \mathbb{N}) ;$$

$$\mathcal{L}\{e^{-at} \mathcal{U}(t)\} = \frac{1}{p+a} ; \quad \mathcal{L}\{\sin(\omega t) \mathcal{U}(t)\} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} ; \quad \mathcal{L}\{\cos(\omega t) \mathcal{U}(t)\} = \frac{p}{p^2 + \omega^2}.$$



##### Propriétés

$f(at) \mathcal{U}(t) \quad a > 0$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
$f(t-r) \mathcal{U}(t-r)$	$F(p) e^{-rp}$
$f(t) e^{-at} \mathcal{U}(t)$	$F(p+a)$
$f'(t) \mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t) \mathcal{U}(t)$	$p^2 F(p) - pf'(0^+) - f(0^+)$
$\int_0^t f(u) \mathcal{U}(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$



## ADDITIF 3

### AU FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES POUR CERTAINES SPECIALITÉS DU GROUPEMENT B

Cet additif ne concerne que les spécialités de BTS du groupement B pour lesquels le programme comporte une étude de la loi de Weibull.

#### LOI DE WEIBULL

Fonction de fiabilité :  $R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\tau}\right)^\beta}$

$E(X) = A\tau + \gamma$  (M.T.B.F.)

$\sigma(X) = B\tau$

$\beta$	A	B
0,20	120	1901
0,25	24	199
0,30	9,2605	50,08
0,35	5,0291	19,98
0,40	3,3234	10,44
0,45	2,4786	6,46
0,50	2	4,47
0,55	1,7024	3,35
0,60	1,5046	2,65
0,65	1,3663	2,18
0,70	1,2638	1,85
0,75	1,1906	1,61
0,80	1,1320	1,43
0,85	1,0880	1,29
0,90	1,0522	1,17
0,95	1,0214	1,08
1	1	1
1,05	0,9603	0,934
1,10	0,9649	0,878
1,15	0,9517	0,830
1,20	0,9407	0,787
1,25	0,9314	0,750
1,30	0,9236	0,716
1,35	0,9170	0,687
1,40	0,9114	0,660
1,45	0,9067	0,635

$\beta$	A	B
1,50	0,9027	0,613
1,55	0,8994	0,593
1,60	0,8966	0,574
1,65	0,8942	0,556
1,70	0,8922	0,540
1,75	0,8906	0,525
1,80	0,8893	0,511
1,85	0,8882	0,498
1,90	0,8874	0,486
1,95	0,8867	0,474
2	0,8862	0,463
2,1	0,8857	0,443
2,2	0,8856	0,428
2,3	0,8859	0,409
2,4	0,8865	0,393
2,5	0,8873	0,380
2,6	0,8882	0,367
2,7	0,8893	0,355
2,8	0,8905	0,344
2,9	0,8917	0,334
3	0,8930	0,325
3,1	0,8943	0,316
3,2	0,8957	0,307
3,3	0,8970	0,299
3,4	0,8984	0,292
3,5	0,8997	0,285
3,6	0,9011	0,278
3,7	0,9025	0,272
3,8	0,9039	0,266
3,9	0,9051	0,260

$\beta$	A	B
4	0,9064	0,254
4,1	0,9077	0,249
4,2	0,9089	0,244
4,3	0,9102	0,239
4,4	0,9114	0,235
4,5	0,9126	0,230
4,6	0,9137	0,226
4,7	0,9149	0,222
4,8	0,9160	0,218
4,9	0,9171	0,214
5	0,9182	0,210
5,1	0,9192	0,207
5,2	0,9202	0,203
5,3	0,9213	0,200
5,4	0,9222	0,197
5,5	0,9232	0,194
5,6	0,9241	0,191
5,7	0,9251	0,188
5,8	0,9260	0,185
5,9	0,9269	0,183
6	0,9277	0,180
6,1	0,9286	0,177
6,2	0,9294	0,175
6,3	0,9302	0,172
6,4	0,9310	0,170
6,5	0,9318	0,168
6,6	0,9325	0,166
6,7	0,9333	0,163
6,8	0,9340	0,161
6,9	0,9347	0,160

Formulaire de mathématiques - BTS : groupement C

Agroéquipement - Étude et réalisation d'outillages de mise en forme des matériaux - Industries céramiques - Industries céréalières - Industries des matériaux souples - Industries papetières - Mise en forme des alliages moulés - Mise en forme des matériaux par forgeage - Productique bois et ameublement - Productique textiles - Réalisation d'ouvrages chaudronnés - Systèmes constructifs bois et habitat

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

**1. RELATIONS FONCTIONNELLES**

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \text{ch } t = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \text{sh } t = \frac{1}{2} (e^t - e^{-t})$$

$$e^{a\beta} = e^{\alpha} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } a = \alpha + i\beta$$

**2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTEGRAL**

**a) Limites usuelles**

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

## b) Dérivées et primitives

## Formules usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$	$F'(x)$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\sin x$	$\cos x$
$e^x$	$e^x$	$\cos x$	$-\sin x$
$x^\alpha$ ( $\alpha \in \mathbb{R}$ )	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\text{Arcsin } x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\text{Arctan } x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\cos x$	$-\sin x$	$e^{ax}$ ( $a \in \mathbb{C}$ )	$ae^{ax}$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$		

## Dérivations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} u'$$

## c) Calcul intégral

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(x) v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx$$

## d) Développement limités

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!} + o(x^{2p+1})$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{x^{2p}}{(2p)!} + o(x^{2p})$$

$$(1+x)^a = 1 + \frac{ax}{1!} + \frac{a(a-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{a(a-1)\dots(a-n+1)}{n!} x^n + o(x^n)$$

## e) Équations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-Q(t)}$ où $Q$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ Équation caractéristique :	Si $\Delta > 0$ , $f(t) = \lambda e^{\lambda t} + \mu e^{\mu t}$ ..... où $\lambda_1$ et $\lambda_2$ sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$ , $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{\lambda t}$ ..... où $\lambda$ est la racine double de l'équation caractéristique
$ax'' + bx' + c = 0$ de discriminant $\Delta$	Si $\Delta < 0$ , $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ et $\lambda_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. PROBABILITÉS

a) Loi binomiale  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  où  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ;  $E(X) = np$ ;  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2322	0,3281	0,4335	0,5512
2	0,0164	0,0353	0,0596	0,0733	0,0898
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0195
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0026
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0001	0,0001

$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,338	0,271	0,189	0,097	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,184	0,331	0,371	0,324	0,147	0,054	0,025	0,012	0,011	0,005	0,002
3	0,056	0,136	0,186	0,224	0,198	0,140	0,089	0,053	0,035	0,025	0,016
4	0,015	0,047	0,079	0,120	0,139	0,126	0,104	0,091	0,067	0,054	0,037
5	0,003	0,014	0,034	0,071	0,126	0,176	0,193	0,158	0,092	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,030	0,074	0,146	0,187	0,149	0,122	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,012	0,030	0,070	0,104	0,120	0,140	0,140	0,127
8		0,000	0,001	0,003	0,009	0,020	0,045	0,063	0,070	0,080	0,100
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,091	0,104	0,124	0,132
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,095	0,119	0,125
11				0,000	0,002	0,008	0,023	0,043	0,072	0,097	0,114
12					0,001	0,003	0,011	0,025	0,048	0,073	0,095
13					0,000	0,001	0,003	0,014	0,030	0,050	0,072
14						0,000	0,002	0,007	0,017	0,032	0,052
15							0,001	0,003	0,009	0,019	0,030
16							0,000	0,001	0,003	0,011	0,022
17								0,001	0,002	0,006	0,013
18								0,000	0,001	0,003	0,007
19									0,000	0,001	0,004
20										0,001	0,002
21										0,000	0,001
22											0,000

c) Loi exponentielle

Fonction de stabilité:  $R(t) = e^{-\lambda t}$

$E(X) = \frac{1}{\lambda}$  (M.T.B.F.)

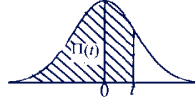
$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE N(0,1)

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota :  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

Formulaire de mathématiques - BTS : groupement D

Analyses biologiques - Biochimiste - Biotechnologie - Hygiène-propreté-environnement - Métiers de l'eau - Peintures, encres et adhésifs - Plastiques et composites - Qualité dans les industries alimentaires et les bio-industries

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

**1. RELATIONS FONCTIONNELLES**

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it}), \text{ ch } t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it}), \text{ sh } t = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$$

$$e^{i\alpha} = e^{i\alpha}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } \alpha = \alpha + i\beta$$

**2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL**

**a) Limites usuelles**

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

**b) Dérivées et primitives****Fonctions usuelles**

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
$e^x$	$e^x$	Arctan $x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$x^\alpha$ ( $\alpha \in \mathbb{R}$ )	$\alpha x^{\alpha-1}$	Arctan $x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sin x$	$\cos x$	$e^{ax}$ ( $a \in \mathbb{C}$ )	$ae^{ax}$
$\cos x$	$-\sin x$		

**Opérations**

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(kx)' = kx'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u \circ v)' = (v' \circ u)x'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^a)' = a u^{a-1} u'$$

**c) Calcul intégral**Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(x)v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx$$

**d) Développements limités**

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!} + o(x^{2p+2})$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2p}}{(2p)!} + o(x^{2p+2})$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + o(x^n)$$

**e) Équations différentielles**

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(x)x' + b(x)x = 0$	$f(x) = ke^{-G(x)}$ où $G$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique :	Si $\Delta > 0$ , $f(x) = \lambda e^{\gamma_1 x} + \mu e^{\gamma_2 x}$ ..... où $\gamma_1$ et $\gamma_2$ sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$ , $f(x) = (\lambda x + \mu)e^{\gamma x}$ ..... où $\gamma$ est la racine double de l'équation caractéristique
$ax'' + bx' + c = 0$ discriminant $\Delta$	Si $\Delta < 0$ , $f(x) = [2 \cos(\beta x) + \mu \sin(\beta x)]e^{\alpha x}$ où $\gamma_1 = \alpha + i\beta$ et $\gamma_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

**3. PROBABILITES**

a) Loi binomiale  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  ou  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ;  $E(X) = np$  ;  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6
0	0,9048	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2225	0,2481	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0524	0,0758	0,0998
3	0,0013	0,0023	0,0072	0,0126	0,0195
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0015	0,0023
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
0	0,3679	0,2231	0,1353	0,0498	0,0183	0,0072	0,0027	0,0010	0,0004	0,0001	0,0000					
1	0,3679	0,3233	0,2711	0,2149	0,1637	0,1171	0,0823	0,0573	0,0413	0,0302	0,0223					
2	0,1840	0,2911	0,3771	0,4234	0,4413	0,4373	0,4199	0,3911	0,3565	0,3221	0,2889					
3	0,0611	0,1388	0,2381	0,3347	0,4147	0,4755	0,5180	0,5420	0,5470	0,5326	0,5001					
4	0,0153	0,0477	0,1090	0,2052	0,3281	0,4602	0,5987	0,7357	0,8645	0,9702	0,9999					
5	0,0030	0,0114	0,0356	0,1011	0,2381	0,4413	0,6703	0,9002	1,0000	1,0000	1,0000					
6	0,0006	0,0024	0,0081	0,0244	0,0670	0,1637	0,3679	0,6703	0,9002	1,0000	1,0000					
7	0,0001	0,0004	0,0015	0,0047	0,0135	0,0333	0,0758	0,1637	0,3293	0,6065	1,0000					
8		0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0023	0,0052	0,0126	0,0293	0,0670	0,1637					
9			0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0015	0,0030	0,0061	0,0126					
10				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					
11					0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					
12						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					
13							0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					
14								0,0000	0,0000	0,0000	0,0000					
15									0,0000	0,0000	0,0000					
16										0,0000	0,0000					
17											0,0000					
18												0,0000				
19													0,0000			
20														0,0000		
21															0,0000	
22																0,0000

c) Loi exponentielle

Fonction de fiabilité :  $R(t) = e^{-\lambda t}$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{M.T.B.F.})$$

$$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$



## d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE (M.I.)

$$\Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 3	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,739 0	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,882 9
1,2	0,884 9	0,886 8	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 2	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 3	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 5	0,979 0	0,979 5	0,979 9	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 4	0,982 8	0,983 2	0,983 5	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,984 9	0,985 2
2,2	0,985 4	0,985 6	0,985 8	0,986 1	0,986 3	0,986 5	0,986 7	0,986 9	0,987 1	0,987 3
2,3	0,987 5	0,987 6	0,987 8	0,987 9	0,988 1	0,988 2	0,988 3	0,988 4	0,988 5	0,988 6
2,4	0,988 7	0,988 8	0,988 9	0,989 0	0,989 1	0,989 2	0,989 3	0,989 4	0,989 5	0,989 6
2,5	0,989 6	0,989 7	0,989 8	0,989 9	0,989 9	0,990 0	0,990 1	0,990 2	0,990 3	0,990 4
2,6	0,990 4	0,990 5	0,990 5	0,990 6	0,990 6	0,990 7	0,990 7	0,990 8	0,990 8	0,990 9
2,7	0,990 9	0,990 9	0,990 9	0,991 0	0,991 0	0,991 0	0,991 1	0,991 1	0,991 1	0,991 2
2,8	0,991 2	0,991 2	0,991 2	0,991 3	0,991 3	0,991 3	0,991 4	0,991 4	0,991 4	0,991 5
2,9	0,991 5	0,991 5	0,991 5	0,991 6	0,991 6	0,991 6	0,991 7	0,991 7	0,991 7	0,991 8

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	4,0	4,5
Π(t)	0,999 045	0,999 044	0,999 041	0,999 032	0,999 016	0,999 004	0,999 001	0,999 000	0,999 000	0,999 000

Nota:  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

Formulaire de mathématiques - BTS comptabilité et gestion

**1. RELATIONS FONCTIONNELLES :**

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^a = e^{a \ln t}, \text{ où } t > 0$$

**2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL**

**a) Limites aux bornes**

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

Comparaisons comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

**b) Dérivées et primitives :**

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$
$e^t$	$e^t$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^+)$	$\alpha t^{\alpha-1}$

Dérivées

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(k u)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u) u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(a^u)' = a^u u' \ln a$$



c) **La loi normale**

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTÉGRALE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE, RÉDUITE (N(0,1))

$$\Pi(z) = P(T \leq z) = \int_{-\infty}^z f(x) dx$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5477	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7853
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8341	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8811	0,8831
1,2	0,8851	0,8871	0,8891	0,8910	0,8929	0,8948	0,8967	0,8986	0,8999	0,9018
1,3	0,9037	0,9054	0,9071	0,9088	0,9104	0,9121	0,9137	0,9153	0,9168	0,9182
1,4	0,9197	0,9212	0,9227	0,9241	0,9256	0,9270	0,9284	0,9298	0,9311	0,9324
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9440
1,6	0,9451	0,9462	0,9473	0,9484	0,9494	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9685	0,9692	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9755	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9777	0,9782	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9939	0,9941	0,9942	0,9944	0,9945	0,9946	0,9947	0,9948	0,9949
2,6	0,9950	0,9951	0,9952	0,9953	0,9954	0,9955	0,9956	0,9957	0,9957	0,9958
2,7	0,9959	0,9959	0,9960	0,9960	0,9961	0,9961	0,9962	0,9962	0,9963	0,9963
2,8	0,9964	0,9964	0,9964	0,9965	0,9965	0,9965	0,9966	0,9966	0,9966	0,9967
2,9	0,9967	0,9967	0,9967	0,9968	0,9968	0,9968	0,9968	0,9969	0,9969	0,9969

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE z

z	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
Π(z)	0,99943	0,99954	0,99965	0,99974	0,99981	0,99987	0,99991	0,99994	0,99996	0,99997

Nota :  $\Pi(-z) = 1 - \Pi(z)$

Formulaire de mathématiques - BTS conception de produits industriels

**I. RELATIONS FONCTIONNELLES**

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^x = e^{x \ln a}, (a > 0)$$

$$t^a = e^{a \ln t}, (t > 0)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it})$$

$$e^{i\alpha} = e^{i\beta} (\cos(\beta - \alpha) + i \sin(\beta - \alpha)), \quad \text{où } \alpha = \alpha + i\beta$$

**2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL**

**a) Limites usuelles**

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

Comparaisons canoniques à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

**b) Dérivées usuelles**

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
$e^t$	$e^t$	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arccos} t$	$-\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\operatorname{Arc} \operatorname{tg} t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	$e^{\alpha t} \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha e^{\alpha t}$
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^v)' = v u^{v-1} u'$$

## c) Calcul intégral

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t) dt$$

## d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^{n+1} e(t)$$

$$\frac{1}{1-t} = 1 + t + t^2 + \dots + (-1)^n t^n + t^{n+1} e(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n e(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} e(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} e(t)$$

$$(1+t)^a = 1 + \frac{a}{1!} t + \frac{a(a-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{a(a-1)\dots(a-n+1)}{n!} t^n + t^n e(t)$$

## e) Equations différentielles

Equations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où $G$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$ , $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ ..... où $r_1$ et $r_2$ sont les racines de l'équation caractéristique
Equation caractéristique :	Si $\Delta = 0$ , $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{rt}$ ..... où $r$ est la racine double de l'équation caractéristique
$ax'' + bx' + c = 0$	Si $\Delta < 0$ , $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant $\Delta$	

## 3. SÉRIES DE FOURIER :

 $f$  : fonction périodique de période  $T$  ;

développement en série de Fourier :

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}, \quad (k \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(k\omega t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(k\omega t) dt.$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-in\omega t} dt \quad (n \in \mathbb{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k; \quad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k} \quad (k \in \mathbb{N}^*).$$

**4. PROBABILITES**

a) Loi binomiale  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  où  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ;  $E(X) = np$  ;  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2322	0,2691	0,3035	0,3293
2	0,0164	0,0352	0,0436	0,0738	0,0989
3	0,0007	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0028
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,336	0,271	0,149	0,073	0,034	0,018	0,009	0,005	0,003	0,002
2	0,184	0,331	0,271	0,224	0,147	0,084	0,043	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,176	0,180	0,224	0,195	0,140	0,097	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,158	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,081	0,130	0,176	0,191	0,158	0,099	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,028	0,064	0,116	0,163	0,189	0,122	0,091	0,053
7	0,000	0,001	0,003	0,008	0,022	0,048	0,084	0,120	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,006	0,016	0,040	0,068	0,093	0,100	0,113	0,113
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,132	0,129
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,119	0,125
11				0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,097	0,114
12					0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,073	0,098
13					0,000	0,001	0,005	0,014	0,030	0,050	0,073
14						0,000	0,002	0,007	0,017	0,032	0,051
15							0,001	0,003	0,009	0,019	0,038
16							0,000	0,001	0,005	0,011	0,022
17								0,001	0,002	0,006	0,013
18									0,000	0,001	0,007
19										0,000	0,004
20											0,001
21											0,000
22											0,000

c) Loi exponentielle

Fonction de fiabilité :  $R(t) = e^{-\lambda t}$

$E(X) = \frac{1}{\lambda}$  (M.T.B.P.)

$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$

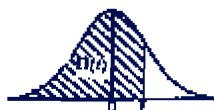


## d) La Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE  $\Phi(z)$

$$\Phi(z) = P(X \leq z) = \int_{-\infty}^z f(x) dx$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5833	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7423	0,7455	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8104	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8687	0,8708	0,8729	0,8749	0,8769	0,8788	0,8808	0,8827
1,2	0,8847	0,8865	0,8883	0,8900	0,8917	0,8934	0,8950	0,8967	0,8982	0,9000
1,3	0,9015	0,9030	0,9045	0,9059	0,9073	0,9087	0,9101	0,9115	0,9129	0,9143
1,4	0,9156	0,9169	0,9181	0,9193	0,9205	0,9217	0,9228	0,9238	0,9248	0,9257
1,5	0,9266	0,9274	0,9282	0,9290	0,9298	0,9306	0,9313	0,9320	0,9327	0,9334
1,6	0,9341	0,9347	0,9354	0,9360	0,9367	0,9374	0,9380	0,9386	0,9392	0,9398
1,7	0,9404	0,9409	0,9415	0,9420	0,9426	0,9431	0,9436	0,9441	0,9446	0,9451
1,8	0,9456	0,9461	0,9466	0,9471	0,9476	0,9480	0,9485	0,9489	0,9494	0,9498
1,9	0,9503	0,9507	0,9511	0,9516	0,9520	0,9524	0,9528	0,9532	0,9536	0,9540
2,0	0,9544	0,9548	0,9552	0,9556	0,9560	0,9564	0,9568	0,9571	0,9575	0,9579
2,1	0,9582	0,9586	0,9590	0,9594	0,9598	0,9601	0,9605	0,9608	0,9611	0,9615
2,2	0,9618	0,9621	0,9625	0,9628	0,9631	0,9634	0,9637	0,9640	0,9643	0,9646
2,3	0,9648	0,9651	0,9654	0,9657	0,9659	0,9662	0,9665	0,9667	0,9670	0,9672
2,4	0,9675	0,9677	0,9679	0,9681	0,9683	0,9685	0,9687	0,9689	0,9691	0,9693
2,5	0,9695	0,9696	0,9698	0,9699	0,9701	0,9702	0,9704	0,9705	0,9706	0,9708
2,6	0,9709	0,9710	0,9711	0,9712	0,9713	0,9714	0,9715	0,9716	0,9717	0,9718
2,7	0,9719	0,9720	0,9721	0,9722	0,9723	0,9724	0,9725	0,9726	0,9727	0,9728
2,8	0,9729	0,9730	0,9731	0,9732	0,9733	0,9734	0,9735	0,9736	0,9737	0,9738
2,9	0,9739	0,9740	0,9741	0,9742	0,9743	0,9744	0,9745	0,9746	0,9747	0,9748

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE z

z	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
1-z	0,99865	0,99894	0,99913	0,99931	0,99946	0,99959	0,99971	0,99980	0,99988	0,99995

Nota :  $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$

Formulaire de mathématiques - BTS informatique de gestion

**1. RELATIONS FONCTIONNELLES :**

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0;$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

**2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTEGRAL**

**a) Limites usuelles**

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

**b) Dérivées et primitives :**

Fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$e^x$	$e^x$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha x^{\alpha-1}$

Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(kx)' = kx'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u \circ v)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \text{ } u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^a)' = a u^{a-1} u'$$

## c) Calcul intégral

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties (PROGRAMME FACULTATIF) :

$$\int_a^b x'(t) v(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t) v'(t) dt$$

## d) Développement limité (PROGRAMME FACULTATIF)

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + t^n \varepsilon(t)$$

## e) Equations différentielles (PROGRAMME FACULTATIF)

Equation	Solutions sur un intervalle $I$
$a(t) x' + b(t) x = 0$	$f(t) = k e^{-C(t)}$ où $C$ est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$

**3. PROBABILITES :**

a) **Loi Binomiale** :  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  ou  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ;

$E(X) = np$        $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$

$E(X) = \lambda$

$\sigma(X) = \lambda$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2227	0,2681	0,3033	0,3289
2	0,0144	0,0323	0,0526	0,0750	0,0998
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0015	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0005
6			0,0000	0,0000	0,0000

λ \ k	1	1,3	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,323	0,135	0,050	0,019	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,525	0,271	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,134	0,254	0,271	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,126	0,180	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,148	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,081	0,156	0,176	0,164	0,128	0,093	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,030	0,064	0,116	0,164	0,199	0,123	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,007	0,016	0,034	0,064	0,109	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,003	0,008	0,016	0,030	0,050	0,080	0,102	0,112
9			0,000	0,003	0,007	0,013	0,026	0,040	0,061	0,084	0,102
10				0,001	0,005	0,010	0,021	0,031	0,049	0,070	0,090
11				0,000	0,002	0,008	0,017	0,025	0,042	0,060	0,080
12					0,001	0,003	0,011	0,020	0,034	0,050	0,065
13					0,000	0,001	0,005	0,014	0,025	0,040	0,055
14						0,000	0,002	0,007	0,017	0,030	0,045
15							0,001	0,003	0,009	0,020	0,035
16							0,000	0,001	0,005	0,011	0,020
17								0,001	0,002	0,006	0,013
18								0,000	0,001	0,003	0,007
19									0,000	0,001	0,002
20										0,001	0,002
21										0,000	0,001
22											0,000

c) **Loi exponentielle (PROGRAMME FACULTATIF)**

Fonction de fiabilité :  $R(t) = e^{-\lambda t}$

$E(X) = \frac{1}{\lambda}$  (M.T.B.F.)

$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE  $N(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5238	0,5277	0,5315	0,5353
0,1	0,5399	0,5438	0,5477	0,5516	0,5554	0,5593	0,5631	0,5669	0,5707	0,5745
0,2	0,5783	0,5821	0,5859	0,5897	0,5935	0,5973	0,6011	0,6049	0,6086	0,6124
0,3	0,6161	0,6199	0,6236	0,6273	0,6311	0,6348	0,6386	0,6423	0,6460	0,6497
0,4	0,6534	0,6571	0,6608	0,6645	0,6682	0,6719	0,6756	0,6793	0,6830	0,6867
0,5	0,6904	0,6941	0,6978	0,7015	0,7052	0,7089	0,7126	0,7163	0,7199	0,7236
0,6	0,7273	0,7310	0,7347	0,7384	0,7421	0,7458	0,7495	0,7532	0,7569	0,7606
0,7	0,7643	0,7680	0,7717	0,7754	0,7791	0,7828	0,7865	0,7902	0,7939	0,7976
0,8	0,8013	0,8050	0,8087	0,8124	0,8161	0,8198	0,8235	0,8272	0,8309	0,8346
0,9	0,8383	0,8420	0,8457	0,8494	0,8531	0,8568	0,8605	0,8642	0,8679	0,8716
1,0	0,8753	0,8790	0,8827	0,8864	0,8901	0,8938	0,8975	0,9012	0,9049	0,9086
1,1	0,9123	0,9160	0,9197	0,9234	0,9271	0,9308	0,9345	0,9382	0,9419	0,9456
1,2	0,9493	0,9530	0,9567	0,9604	0,9641	0,9678	0,9715	0,9752	0,9789	0,9826
1,3	0,9863	0,9900	0,9937	0,9974	0,9981	0,9988	0,9995	0,9998	0,9999	0,9999
1,4	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,5	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,1	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,2	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,3	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,4	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,5	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
$\Pi(t)$	0,99865	0,99894	0,99913	0,99932	0,99951	0,99970	0,99989	0,99998	0,99999	0,99999

Nota :  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

**BREVET DE TECHNICIEN  
SUPÉRIEUR**

NOR : MENS9901220Z  
RLR : 544-4a

RECTIFICATIF DU 10-2-2000

MEN  
DES A8

## G **roupements de spécialités de BTS**

*Texte adressé aux recteurs d'académie ; aux inspecteurs d'académie, directeurs des services départementaux de l'éducation nationale ; aux chefs d'établissement*

■ Les regroupements de spécialités de BTS, présentés dans le tableau de la note de service n° 99-101 du 7 juillet 1999 (B.O.n° 28 du 15-7-1999), applicables à compter de la session d'examen 2000, sont modifiés comme suit :

Le brevet de technicien supérieur "constructions métalliques" est transféré du groupement 17 au groupement 15 réunissant les BTS du domaine du bâtiment.

Pour le ministre de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie et par délégation,  
La directrice de l'enseignement supérieur  
Francine DEMICHEL

**PARTENARIAT**

NOR : MENE0000298X  
RLR : 420-0c

CONVENTION DU 13-1-2000

MEN  
DESCO A7

## C **onvention-cadre entre le MEN et l'association Ingénieurs pour l'école**

Le ministre de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie et le président de l'association Ingénieurs pour l'école

Vu les dispositions :

- de la loi d'orientation n° 89-486 du 10 juillet 1989 sur l'éducation,
- de la loi n° 93-1313 du 20 décembre 1993 relative au travail, à l'emploi et à la formation professionnelle,
- de la loi n° 99-587 du 12 juillet 1999 sur l'innovation et la recherche,
- du décret-loi du 2 mai 1938 relatif aux subventions accordées par l'État aux associations, sociétés et collectivités privées.

### **Considérant**

- a) que le ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie :
  - prépare et met en œuvre la politique du Gouvernement en ce qui concerne l'accès de chacun aux savoirs, ainsi que le passage de l'école à l'emploi en application notamment de la ligne directrice n° 8 du plan national d'action pour l'emploi;

- souhaite renforcer le rapprochement école-entreprise, développer toute forme d'échanges et de cursus pédagogiques incluant des périodes en entreprise susceptibles d'accroître les chances d'accès des jeunes à l'emploi et de favoriser l'insertion professionnelle;

- souhaite développer la collaboration entre les établissements d'enseignement supérieur et les entreprises ;

b) que l'association Ingénieurs pour l'école, souhaite :

- renforcer les initiatives en faveur du rapprochement école-entreprise, dans l'esprit de l'entreprise citoyenne;
- contribuer à la préparation des jeunes à la vie de travail et à leur insertion dans l'emploi;
- contribuer au renforcement des enseignements technologiques et professionnels;
- développer les relations école-entreprise et mobiliser des ingénieurs, cadres et techniciens supérieurs au service de l'insertion professionnelle des jeunes;

c) que la présente convention-cadre constitue le cadre de référence de la coopération entre l'éducation nationale et l'association Ingénieurs pour l'école en particulier en ce qui concerne l'application de la loi d'orientation n° 89-486 du 10 juillet 1989 sur l'éducation complétée par certaines dispositions de la loi

n° 93-1313 du 20 décembre 1993 relative au travail, à l'emploi et à la formation professionnelle, conviennent ce qui suit:

## TITRE 1

Un partenariat école-entreprise renforcé

### Article 1

L'action conduite par l'association Ingénieurs pour l'école s'inscrit dans le long terme et doit contribuer à développer, au-delà de la conjoncture, un partenariat renforcé entre école et entreprise, par la mise au point d'un dispositif efficace et durable d'échange de compétences. À cet égard, les entreprises fondatrices de l'association Ingénieurs pour l'école ne conçoivent son ouverture à de nouvelles entreprises que dans le respect des valeurs d'entreprise citoyenne qu'elles partagent.

### Article 2

Cette volonté de partenariat se concrétise par la poursuite d'objectifs définis d'un commun accord et la mise en œuvre de moyens complémentaires, ainsi que par la reconnaissance des services mutuellement rendus.

- L'éducation nationale bénéficie d'un transfert de compétences prioritairement au service de toute action facilitant le passage de l'école à l'emploi et renforçant les chances d'insertion professionnelle des jeunes.

- Les entreprises membres de l'association Ingénieurs pour l'école bénéficient d'un service rendu à leur gestion prévisionnelle des emplois et des parcours professionnels ainsi que d'un transfert de compétences en retour, favorisant leurs relations avec le service public de l'éducation nationale.

- Ensemble, le ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie et l'association Ingénieurs pour l'école contribuent à une meilleure préparation des jeunes à la vie professionnelle, à la valorisation des enseignements professionnels et au rapprochement des cultures des mondes économique et éducatif.

### Article 3

Ce partenariat se traduit également par un

partenariat financier:

- les signataires de cette convention-cadre s'engagent sur le principe d'un partage des coûts entre un financement public et un financement des entreprises.

- ce cofinancement, conçu sur la base d'un coût prenant en compte le salaire et les charges des personnels détachés, donne lieu à une indemnité salariale annuelle plafonnée, reversée aux entreprises.

- les modalités financières pratiques du dispositif "ingénieurs pour l'école" sont arrêtées annuellement en conseil d'administration (cf. article 9).

## TITRE 2

Les domaines d'intervention des ingénieurs pour l'école

### Article 4

Les interventions des "ingénieurs pour l'école" doivent contribuer au rapprochement école-entreprise, faciliter le passage de l'école à l'emploi et renforcer directement ou indirectement les chances d'insertion professionnelle des jeunes.

Leurs missions s'inscrivent notamment dans les domaines suivants:

#### L'information et l'orientation

Les "ingénieurs pour l'école" contribuent à l'information des élèves et de leurs familles. Ils aident les jeunes à définir un projet de formation professionnelle. Ils mettent en place des opérations afin de contribuer à une découverte active des métiers.

#### L'enseignement professionnel intégré et l'apprentissage

Dans la perspective d'améliorer la qualité des formations professionnelles initiales,

- les "ingénieurs pour l'école" contribuent à la constitution de réseaux d'entreprises pouvant accueillir des jeunes pour des stages ou des périodes de formation en entreprise dans le cadre de l'enseignement professionnel intégré,

- ils aident les établissements de formation accueillant des apprentis à construire des modes de relations pérennes avec les maîtres d'apprentissage,

- ils informent les entreprises sur l'ensemble de l'offre de formation.

### Les nouvelles technologies de l'information

Les "ingénieurs pour l'école" apportent leur concours pour des actions de formation dans le domaine des nouvelles technologies.

Les "ingénieurs pour l'école" favorisent les liens et les rapprochements entre les établissements scolaires et les entreprises grâce aux technologies de l'information et de la communication.

### L'appui technologique aux petites et moyennes entreprises

Les "ingénieurs pour l'école" aident les établissements dans leur relation avec le monde économique. Leur action doit être centrée sur les aspects opérationnels du développement des actions d'appui technologique aux petites et moyennes entreprises, notamment par l'utilisation des plates-formes techniques des établissements. Ils participent à la mise en œuvre de la coopération technologique organisée dans le cadre de la loi n° 99-587 du 12 juillet 1999 sur l'innovation et la recherche.

### L'insertion professionnelle des jeunes

Les "ingénieurs pour l'école" peuvent participer aux opérations relatives à l'insertion des jeunes, aider aux techniques de recherche d'emploi et collaborer à des structures locales d'éducation-économie.

### Les emplois-jeunes

Les "ingénieurs pour l'école" participent à l'accueil, à la formation et à l'insertion professionnelle des aides-éducateurs recrutés au titre des emplois-jeunes.

### Article 5

Les missions précitées ne sont pas exhaustives. Cependant leur choix doit être rigoureusement soumis au principe de non substitution aux fonctions normalement dévolues au personnel de la fonction publique et compatibles avec les critères de cofinancement du fonds social européen - objectif 3.

### Article 6

Sur proposition du ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie, le conseil d'administration de l'association arrête annuellement les priorités nationales du dispositif "ingénieurs pour l'école". Le choix et l'établissement du cahier des charges d'une mission académique particulière sont de la responsabilité des recteurs.

### TITRE 3

Le rôle des deux partenaires

### Article 7

#### Rôle de l'association Ingénieurs pour l'école

L'association assure l'ensemble des tâches administratives et financières nécessaires au fonctionnement et au développement du dispositif "ingénieurs pour l'école".

Elle assure, en étroite coopération avec le ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie et les entreprises l'animation du réseau "ingénieurs pour l'école" et plus particulièrement:

- participe à l'identification des besoins des académies dans tous les domaines pouvant concourir à l'insertion professionnelle des jeunes et au rapprochement école-entreprise,
- contribue à la définition des profils des ingénieurs et des cadres pouvant conduire ces missions, participe à leur présélection,
- apporte son concours aux recteurs dans le cadre du recrutement des ingénieurs et des cadres, de leur formation et du transfert de leur expérience,
- incite les entreprises à confier aux "ingénieurs pour l'école", lors de leur retour en entreprise, des fonctions qui favorisent le rapprochement école-entreprise et qui tiennent compte de leur expérience au sein de l'éducation nationale.

### Article 8

#### Rôle du ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie

Le ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie en accord avec l'association Ingénieurs pour l'école précise les objectifs généraux et particuliers des missions confiées aux "ingénieurs pour l'école" et définit la carte des "ingénieurs pour l'école" au niveau national.

Le ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie veille à l'intégration des travaux des "ingénieurs pour l'école", notamment dans les réflexions engagées au niveau national qui s'inscrivent dans le cadre de leur mission.

L'éducation nationale assure l'animation et la coordination nationale du dispositif "ingénieurs pour l'école".



Les rectorats et les directions de l'administration centrale recensent et communiquent à l'association les missions qui peuvent être couvertes par les "ingénieurs pour l'école" pour favoriser l'insertion professionnelle des jeunes et le rapprochement école-entreprise.

Ils définissent les profils des ingénieurs et des cadres susceptibles de remplir ces missions.

Les recteurs et les directeurs de l'administration centrale, assistés de leurs conseillers techniques et de l'association, sélectionnent les chargés de missions sur la base d'un dossier de candidature transmis par l'entreprise. Ils établissent un cahier des charges précis définissant: objectifs, calendrier, moyens et durée de chaque mission. Ils signent avec l'entreprise une convention de délégation de personnel.

Les recteurs et les directeurs de l'administration centrale accueillent les "ingénieurs pour l'école" et les présentent aux différents services avec lesquels ils seront amenés à travailler, assurent une coordination des "ingénieurs pour l'école" qui relèvent de leur compétence et certifient annuellement la bonne exécution de leur mission.

#### TITRE 4

Les dispositions financières

Le suivi, le bilan et la durée de la convention

##### Article 9

Le ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie s'engage à apporter un soutien financier à l'association sous forme de subvention de fonctionnement.

La contribution du ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie est fixée chaque année par une convention financière.

##### Article 10

L'association s'engage:

- à mettre en œuvre tous les moyens nécessaires à la réalisation de l'ensemble des actions qu'elle a prévues,
- à fournir un compte rendu d'exécution dans les deux mois suivants l'exercice concerné,
- à fournir le compte des résultats annuels avant le premier mai de l'année suivante,
- à faciliter le contrôle par le ministère de

l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie, de la réalisation des actions, notamment l'accès aux documents administratifs et comptables,

- à désigner un commissaire aux comptes dont elle fera connaître le nom au ministère dans un délai de trois mois après signature de la présente convention.

##### Article 11

L'association est autorisée à utiliser tout ou partie de la subvention perçue pour verser aux entreprises, partenaires de l'opération "ingénieurs pour l'école", une compensation financière pour chaque ingénieur délégué.

L'association participe au financement des frais de déplacement des IPE pour un montant fixé annuellement.

Les recteurs assurent les frais de fonctionnement liés aux missions des IPE.

Préalablement à tout versement, l'association devra communiquer, au ministère, ses propositions de contribution financière. Celui-ci disposera alors d'un délai de quinze jours pour demander toutes les justifications et modifications jugées nécessaires.

Le rapport d'utilisation de la subvention devra obligatoirement détailler les entreprises concernées par l'opération, les ingénieurs mis à disposition et les sommes versées.

Afin d'assurer le suivi, l'association fournira chaque année la liste des "ingénieurs pour l'école" comportant toutes les informations les concernant: mission, entreprise d'origine, dates de début et de fin de mission.

##### Article 12

Toute fraction de la subvention qui n'aura pas servi au fonctionnement de l'association et aux participations financières définies précédemment fera automatiquement l'objet d'un reversement au budget du ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie.

En cas de non respect, par l'une ou l'autre des parties, des engagements réciproques inscrits dans la présente convention, celle-ci pourra être résiliée de plein droit par l'une ou l'autre des parties à l'expiration d'un délai de quinze jours suivant l'envoi d'une lettre recommandée avec accusé de réception valant mise en demeure.

**Article 13**

La présente convention-cadre prend effet à compter de sa signature. Elle est conclue pour une durée de trois ans.

Au cours de cette période, elle peut être modifiée par avenant sur demande de l'une ou l'autre des parties. En cas de dénonciation ou de non renouvellement, un préavis de trois mois doit être respecté.

TITRE 5

L'extension des missions de l'association

**Article 14**

L'association Ingénieurs pour l'école peut-être appelée à étendre son activité à titre expérimental à de nouvelles missions, mais à la condition expresse d'un financement et d'une gestion financière distincts des activités nouvelles, à savoir:

- enseignements supérieurs,
- formation continue des adultes et notamment la validation des acquis professionnels,
- contribution de l'association à l'accueil en entreprise, des enseignants, pour des missions appropriées,
- transfert du modèle "ingénieurs pour l'école" au niveau européen.

Un groupe de pilotage sera mis en place afin de définir objectifs, modalités pratiques et suivi de chaque action expérimentale nouvelle. Il sera placé sous la responsabilité d'un membre du conseil d'administration de l'association.

Fait à Paris, le 13 janvier 2000

Le ministre de l'éducation nationale,  
de la recherche et de la technologie  
Claude ALLÈGRE

Le président de l'association  
Ingénieurs pour l'école  
Pierre GUILLEN